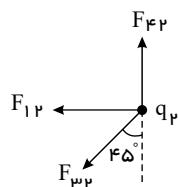


پاسخنامه تشریحی

۱ گزینه ۴ هسته اتم کربن از ۶ نوترون خنثی و ۶ پروتون تشکیل شده است. پس بار هسته برابر $+6e$ است. بار الکتریکی اتم کربن C^+ ، برابر $+e$ است. پس بار الکتریکی هسته C^{+12} ، ۶ برابر بار الکتریکی اتم C^{+12} است.

۲ گزینه ۴



با توجه به شکل، بار q_3 بار q_2 را جذب کرده، پس علامت آن مثبت است. چون نیروی خالص وارد بر q_2 در راستای محور x ها است، مؤلفه‌های قائم نیروها باید یکدیگر را خنثی کنند.

$$F_{32} \cos 45^\circ = F_{42} \Rightarrow \frac{kq_2 q_3}{(a\sqrt{2})^2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{kq_2 q_4}{a^2} \Rightarrow \frac{q_3}{2 \times 2 \times 2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4}{2 \times 2} \Rightarrow q_3 = +8\sqrt{2} \mu C$$

۳ گزینه ۲ سه برابر کردن هر یک از بارها، نیروی الکتریکی را ۹ برابر (متناسب با حاصل ضرب اندازه بارها) و سه برابر کردن فاصله، نیروی الکتریکی را $\frac{1}{9}$ برابر (متناسب با مجذور فاصله) می‌کند، پس در نهایت:

$$\frac{F'}{F} = \frac{q'_1 q'_2}{q_1 q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{3 \times 3}{1 \times 1} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1$$

۴ گزینه ۳ بدیهی است، به شرطی برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 هم‌اندازه نیروی الکتریکی‌ای است که بار q_1 بر q_3 وارد می‌کند که نیروهای وارد بر q_3 در خلاف جهت هم باشند.

$$F_{13} = \frac{q_1 q_3}{4L^2} \rightarrow \frac{q_2 q_3}{L^2} - \frac{q_1 q_3}{4L^2} = \frac{q_1 q_3}{4L^2}$$

$$\frac{q_2 q_3}{L^2} = 2 \frac{q_1 q_3}{4L^2} \rightarrow q_2 = \frac{q_1}{2} = \frac{4 \mu C}{2} = 2 \mu C$$

اما $q_2 < 0$ است بنابراین $q_2 = -2 \mu C$.

۵ گزینه ۳

$$0.25 q_1 = 20 \mu C \rightarrow \begin{cases} q'_1 = 10 - 20 = -10 \mu C \\ q'_2 = (-50) + 20 = -30 \mu C \end{cases}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{q'_1 |q'_2|}{q_1 |q_2|} = \frac{10 \times 30}{10 \times 50} = \frac{18}{40} = \frac{9}{20} \rightarrow \frac{\Delta F}{F} = -\frac{11}{20} = -55\%$$

یعنی نیروی جاذبه، ۵۵ درصد کاهش می‌یابد.

۶ گزینه ۱ باتوجه به زاویه 30° ، اضلاع مثلث را مشخص کرده، سپس با تعیین نیروی الکتریکی که به هر ذره وارد می‌شود، نسبت خواسته شده را می‌یابیم.

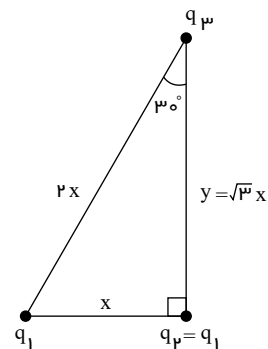
$$F_{12} = F_{23} \rightarrow k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_3|}{3x^2}$$

$$\rightarrow |q_3| = 3|q_1| = 3|q_2| (q_1 = q_2)$$

$$\frac{F_{12}}{F_{13}} = \left(\frac{|q_1| \times |q_2|}{|q_1| \times |q_3|} \right) \left(\frac{r_{12}}{r_{13}} \right)^2 = (3) \left(\frac{x}{2x} \right)^2 = \frac{3}{4}$$

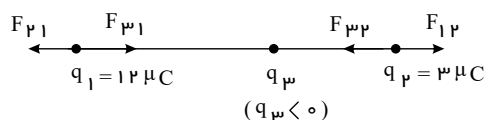
$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{y} \rightarrow y = \sqrt{3}x$$

$$r_{13} = \sqrt{x^2 + y^2} = 2x$$



۷ گزینه ۳ چون برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر ذره صفر است، حتماً این سه ذره بر روی یک خط واقع اند.

چون q_1 و q_2 هم علامت اند، بار q_3 حتماً بین این دو بار و نزدیک تر به بار q_2 ($q_2 < q_1$) است.



چون برآیند نیروهای وارد بر هر ذره صفر است، (مثلاً بار q_1 را در نظر بگیریم) باید بار q_3 مخالف علامت دوبار دیگر باشد یعنی: $q_3 < 0$

$$r_{12} = \sqrt{(4 - (-8))^2 + (3 - 12)^2} = \sqrt{144 + 81} = 15$$

$$r_{13} = x, r_{12} = 15 \text{ cm}, r_{23} = (15 - x) \text{ cm}$$

$$\begin{cases} F_{31} = F_{13} \rightarrow \frac{kq_1|q_3|}{r^2} = \frac{kq_1q_2}{r_{12}^2} \quad (1) \\ F_{32} = F_{12} \rightarrow \frac{k|q_3|q_2}{r_{23}^2} = \frac{kq_1q_2}{r_{12}^2} \quad (2) \end{cases}$$

$$(1), (2) \rightarrow \frac{kq_1|q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k|q_3|q_2}{r_{23}^2} \rightarrow \frac{12}{x^2} = \frac{3}{(15-x)^2} \rightarrow \left(\frac{15-x}{x} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow \frac{15-x}{x} = \frac{1}{2} \rightarrow 30 - 2x = x \rightarrow 3x = 30 \rightarrow \boxed{x = 10 \text{ cm}}$$

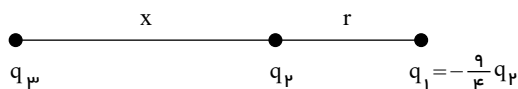
$$(1) \rightarrow \frac{|q_3|}{r_{13}^2} = \frac{q_2}{r_{12}^2} \rightarrow |q_3| = \left(\frac{r_{13}}{r_{12}} \right)^2 q_2 = \left(\frac{10}{15} \right)^2 \times 3 \mu\text{C} = \frac{4}{3} \mu\text{C}$$

$$q_3 < 0 \rightarrow \boxed{q_3 = -\frac{4}{3} \mu\text{C}}$$

۸ گزینه ۴

(باید q_1 و q_3 هم علامت و مخالف علامت بار q_2 باشند). $q_3 < 0$ و

$$if : q_2 > 0 \Rightarrow q_1 < 0$$



$$q_2 : \Rightarrow F_{22} = F_{12} \Rightarrow \frac{k|q_2||q_2|}{x^2} = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} \Rightarrow \frac{|q_3|}{x^2} = \frac{|q_1|}{r^2} \Rightarrow \frac{x}{r} = \sqrt{\left| \frac{q_3}{q_1} \right|} \quad (1)$$

$$q_2 : \Rightarrow F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{(r+x)^2} = \frac{|q_2|}{x^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \left(\frac{r+x}{x} \right)^2 \Rightarrow \frac{9}{4}$$

$$= \left(\frac{r+x}{x}\right)^2 \Rightarrow \frac{r}{x} + 1 = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{r}{x} = 0.5 \Rightarrow \frac{x}{r} = 2 \xrightarrow{(1)} 4 = \frac{|q_3|}{|q_1|} = \frac{\frac{|q_3|}{\frac{9}{4}|q_2|}}{\frac{|q_3|}{4|q_2|}} \Rightarrow \left|\frac{q_3}{q_2}\right| = 4 \times \frac{9}{4} = 9$$

$$\Rightarrow \frac{q_3}{q_2} = -9$$

۹ گزینه ۲ نکته: اگر بار الکتریکی دو کره رسانای مشابه قبل از تماس با یکدیگر برابر با q_1 و q_2 باشد، پس از تماس با هم، بار هر یک برابر است با:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

گام (۱): بار کره‌های رسانای مشابه قبل از تماس با هم:

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 > 0 \text{ و } |q_2| > q_1 \\ q_2 < 0 \Rightarrow q_2 = -|q_2| \end{array} \right\}$$

$$F_{r1} = F_{1r} = \frac{kq_1 |q_2|}{r^2} \Rightarrow 0.9 = \frac{(9 \times 10^9)(q_1) |q_2|}{(0.6)^2} \Rightarrow q_1 |q_2| = 36 \times 10^{-12}$$

گام (۲): پس از تماس با هم:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + (-|q_2|)}{2} = \frac{q_1 - |q_2|}{2} \Rightarrow F'_{1r} = F'_{r1} = \frac{kq'_1 q'_2}{r^2} = 1.6 \Rightarrow \frac{(9 \times 10^9)(q_1 - |q_2|)^2}{4 \times 36 \times 10^{-12}} = 1.6$$

$$\Rightarrow (q_1 - |q_2|)^2 = \frac{1.6 \times 16 \times 10^{-12}}{10^9} \Rightarrow (q_1 - |q_2|)^2 = 16^2 \times 10^{-12} \Rightarrow \begin{cases} q_1 - |q_2| = -16 \times 10^{-6} C \\ q_1 < |q_2| \end{cases}$$

$$= -16 \mu C \Rightarrow q_1 - |q_2| = -16 \mu C$$

$$\begin{cases} q_1 |q_2| = 36 \times 10^{-12} C^2 = (6 \mu C)^2 \\ q_1 - |q_2| = -16 \mu C \quad (*) \end{cases} \Rightarrow (q_1 + |q_2|)^2 = (q_1 - |q_2|)^2 + 4q_1 |q_2| \Rightarrow (q_1 + |q_2|)^2$$

$$= (16 \mu C)^2 + 4(6 \mu C)^2 = 256 + 144 = 400 (\mu C)^2 \Rightarrow q_1 + |q_2| = 20 > 0 \quad (**)$$

یک مطلب ریاضی ساده ولی مهم: فرض کنیم a و b معلوم هستند.

$$\begin{cases} xy = a \\ x - y = b \end{cases} \Rightarrow x = ? \text{ و } y = ? \Rightarrow \begin{cases} (x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \\ (x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy \end{cases} \Rightarrow (x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy \Rightarrow (x+y)^2$$

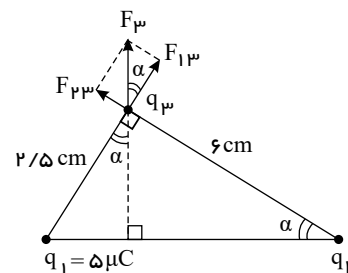
$$= (x-y)^2 + 4xy \Rightarrow x+y = \text{معلوم می‌شود} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \text{معلوم} \\ x-y = b \end{cases} \Rightarrow x \text{ و } y = \text{محاسبه می‌شود}$$

$$(*) \text{ و } (**) \Rightarrow \begin{cases} q_1 - |q_2| = -16 \mu C \\ q_1 + |q_2| = 20 \mu C \end{cases} \Rightarrow q_1 = 2 \mu C$$

۱۰ گزینه ۳ مطابق شکل، یک‌بار در مثلث نیروها و یک‌بار در مثلث اضلاع، $\tan \alpha$ را تعیین کرده و با هم مساوی قرار می‌دهیم.

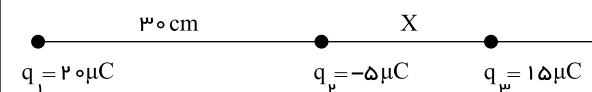
$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{\frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2}}{\frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2}} = \left(\frac{q_2}{q_1}\right)\left(\frac{r_{13}}{r_{23}}\right)^2 \\ q_1 > 0 \Rightarrow q_3 > 0 \Rightarrow q_2 > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = \frac{2/5}{6} = \frac{5}{12} \\ \tan \alpha = \left(\frac{q_2}{5}\right)\left(\frac{2/5}{6}\right)^2 = \frac{q_2}{5} \times \left(\frac{5}{12}\right)^2 \Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{q_2}{5} \times \left(\frac{5}{12}\right)^2 \Rightarrow q_2 = 12 \mu C \end{cases}$$



۱۱ گزینه ۲

گام اول: چون دو بار q_1 و q_2 مختلف‌العلامتند، بار سوم به جهت اینکه برآیند نیروهای وارد بر آن از طرف بارهای q_1 و q_2 صفر شود، باید خارج خط واصل دوبار و نزدیک‌تر به باری باشد که از نظر مقدار کوچک‌تر باشد (یعنی بار q_2). اگر فاصله بار q_3 تا q_2 را با x نشان دهیم، ابتدا x را می‌یابیم:

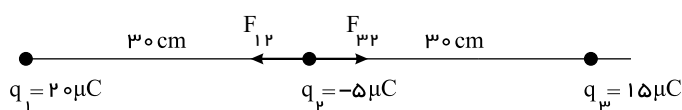


$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{20}{(30+x)^2} = \frac{5}{x^2} \Rightarrow \frac{2}{30+x} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 30 \text{ cm}$$

گام دوم: اکنون برایند نیروهای وارد بر q_2 را می‌یابیم. می‌دانیم اگر q_1 و q_2 بر حسب μC و r بر حسب cm باشد، می‌توان نوشت: $F = 90 \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$

$$\begin{cases} F_{12} = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = 90 \left(\frac{20 \times 5}{30^2} \right) = 10 \text{ N} \\ F_{23} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = 90 \left(\frac{5 \times 15}{30^2} \right) = 7.5 \text{ N} \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_{net} = 10 - 7.5 = 2.5 \text{ N}$$



۱۲ گزینه ۳ گام اول: در ابتدای کار $q_1 > 0$ و $|q_2| > q_1$ ، وقتی دو گوی را با هم تماس می‌دهیم، در همان فاصله نیرویی که به هم وارد می‌کنند، کاهش یافته.

اگر دو بار هم‌علامت بوده باشند، پس از تماس، بار هر یک از آنها $q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$ می‌شود و در این صورت نیرویی که به هم وارد می‌کنند، افزایش می‌یابد. پس درمی‌یابیم که دو بار از ابتدا بارهای مختلف‌العلامت دارند.

گام دوم:

$$\text{قبل از تماس} \begin{cases} F_{12} = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \\ |q_2| > q_1 > 0, q_1 > 0, q_2 < 0 \end{cases}$$

$$\text{بعد از تماس} \begin{cases} F'_{12} = k \frac{|q'_1||q'_2|}{r^2} = k \frac{(|q_2| - q_1)^2}{4r^2} = \frac{10}{100} F_{12} \\ q'_1 = q'_2 = \frac{|q_2| - q_1}{2} \\ q'_1 = q'_2 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{(|q_2| - q_1)^2}{4} = \frac{1}{5} (|q_1| \times |q_2|)$$

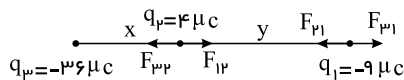
q_1 و q_2 بارهای اولیه دو کره هستند. بهترین کار در این مرحله، امتحان کردن گزینه‌ها می‌باشد که نتیجه این می‌باشد:

$$\frac{|q_2|}{q_1} = 5$$

۱۳ گزینه ۴ گام اول: از اینکه نیروی خالص وارد بر هر سه بار صفر است، رابطه بین فواصل بارهای q_1 و q_2 با q_3 و q_4 را می‌یابیم.

$$\begin{array}{c} \text{---} x \text{---} y \text{---} \\ q_1 = -9 \mu\text{C} \quad q_2 = 4 \mu\text{C} \quad q_3 = -36 \mu\text{C} \end{array} \Rightarrow F_{32} = F_{12} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{9}{x^2} = \frac{36}{y^2} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{3}{x} = \frac{6}{y} \Rightarrow y = 2x$$

گام دوم: حال جای q_1 و q_3 را عوض می‌کنیم:



$$\left\{ \begin{array}{l} |q_3| > |q_1| \\ r_{32} < r_{12} \end{array} \right\} \Rightarrow F_{32} > F_{12} \Rightarrow (F_{net})_{q_2} = F_{32} - F_{12} \Rightarrow (F_{net})_{q_2} = \frac{k|q_3||q_2|}{x^2} - \frac{k|q_1||q_2|}{(2x)^2}$$

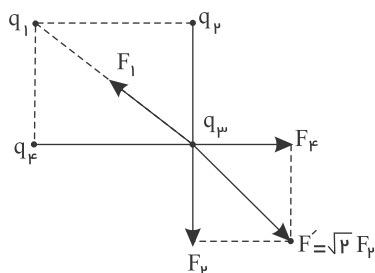
$$= \frac{k}{x^2} [36 \times 4 - \frac{9 \times 4}{4}] = 135 \frac{k}{x^2} \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |q_3| = 9q_2 \\ r_{31} = 3x, \quad r_{21} = 2x \Rightarrow r_{31} = 1.5r_{21} \end{array} \right\} \Rightarrow F_{31} > F_{21} \xrightarrow{q_1} (F_{net})_{q_1} = F_{31} - F_{21}$$

$$\Rightarrow (F_{net})_{q_1} = \frac{k|q_3||q_1|}{9x^2} - \frac{k|q_2||q_1|}{4x^2} = \frac{k}{x^2} [\frac{9 \times 36}{9} - \frac{4 \times 9}{4}] = 27 \frac{k}{x^2} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{(F_{net})_{q_2}}{(F_{net})_{q_1}} = \frac{135}{27} = 5$$

۱۴ گزینه ۲



بدیهی است، نیرویی که از طرف q_1 به q_3 وارد می‌شود، در امتداد قطر مربع است، پس اگر این نیرو خنثی شود، باید برآیند دو نیرویی که q_2 و q_4 به q_3 وارد می‌کنند نیز در امتداد همین قطر (روی نیمساز زوایای F_2 و F_4 قرار گیرد) پس الزاماً نیروهای F_2 و F_4 هم‌اندازه‌اند که با توجه به یکسان بودن فاصله این بارها از بار q_3 ، الزاماً q_2 و q_4 مساوی‌اند.

حال داریم: (با فرض $q_2 = q_4 = +$)

$$F_1 = F' = \sqrt{2}F_2 \rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{(a\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} \frac{|q_2||q_3|}{a^2} \rightarrow |q_1| = 2\sqrt{2}q_2$$

و با توجه به جهت نیروها (F و F' قرینه‌اند):

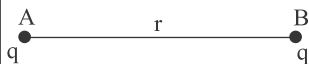
$$q_1 = -2\sqrt{2} \xrightarrow{q_2=q_4} \left\{ \begin{array}{l} q_1 = -2\sqrt{2}q_2 \rightarrow q_2 = -\frac{q_1}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}q_1 \\ q_1 = -2\sqrt{2}q_4 \rightarrow q_4 = -\frac{q_1}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}q_1 \end{array} \right. \rightarrow q_4 = q_2 = -\frac{\sqrt{2}}{4}q_1$$

۱۵ گزینه ۴

برای اینکه بار q به بار $2q$ تبدیل شود، باید $3q$ به آن اضافه کرده باشیم ($q' = q + (-3q) = -2q$) و چون این $3q$ را از بار q گرفته‌ایم، بار جدید آن $4q$ خواهد شد ($q'' = q - (-3q) = 4q$)

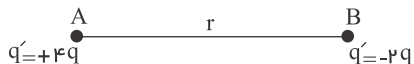
پس در وضعیت جدید داریم:

حالت اول: دامنه



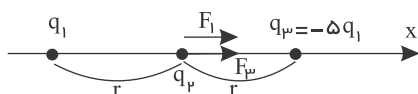
$$F_1 = \frac{kq^2}{r^2}$$

حالت دوم: جاذبه



$$F_2 = \frac{k(2q)(q)}{r^2} \rightarrow F_2 = 2 \frac{kq^2}{r^2} \rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{2 \frac{kq^2}{r^2}}{\frac{kq^2}{r^2}} \rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 2$$

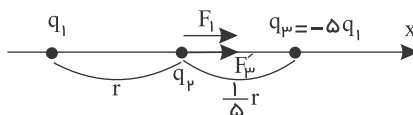
۱۶ گزینه ۲



در دو حالت نیروی وارد بر بار q_2 را می‌یابیم. حالت اول:

$$F_2 = F_1 + F_3 = \frac{kq_1 q_2}{r^2} + \frac{k(\Delta q_1) q_2}{r^2} = 6 \frac{kq_1 q_2}{r^2}$$

در حالت دوم:



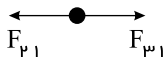
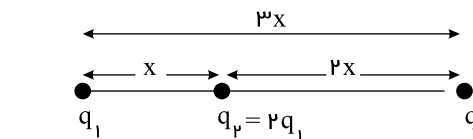
$$F'_2 = F_1 + F'_3 = \frac{kq_1 q_2}{r^2} + \frac{k(\Delta q_1) q_2}{(\frac{1}{\Delta} r)^2} = 126 \frac{kq_1 q_2}{r^2}$$

$$\rightarrow \frac{F'_2}{F_2} = \frac{126 \frac{kq_1 q_2}{r^2}}{6 \frac{kq_1 q_2}{r^2}} \rightarrow \frac{F'_2}{F_2} = 21$$

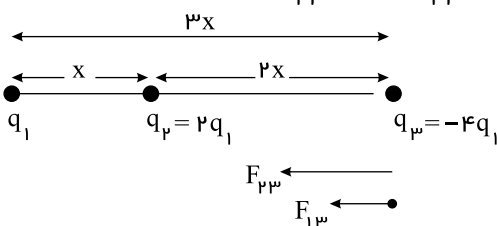
۱۷ گزینه ۳

با توجه به شکل، یک بار بزرگی نیروی خالص وارد بر بار q_1 و بار دیگر بزرگی نیروی الکتریکی

وارد بر بار q_3 را به صورت زیر می‌یابیم.



$$F_1 = F_{21} - F_{31} = \frac{k|q_2 q_1|}{r_{21}^2} - \frac{k|q_3 q_1|}{r_{31}^2} \rightarrow F_1 = \frac{k \times 2q_1^2}{x^2} - \frac{k \times 4q_1^2}{9x^2} \rightarrow F_1 = \frac{14}{9} \left(\frac{kq_1^2}{x^2} \right)$$



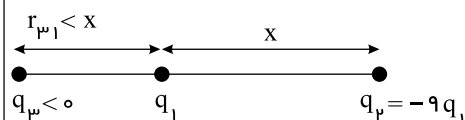
$$F_3 = F_{13} + F_{23} = \frac{k|q_1 q_3|}{r_{13}^2} + \frac{k|q_2 q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow F_3 = \frac{k \times 4q_1^2}{9x^2} + \frac{k \times 1q_1^2}{4x^2} \Rightarrow F_3 = \frac{22}{9} \left(\frac{kq_1^2}{x^2} \right)$$

$$\frac{F_1}{F_3} = \frac{\frac{14}{9}}{\frac{22}{9}} \Rightarrow \frac{F_1}{F_3} = \frac{7}{11}$$

۱۸ گزینه ۴ اگر قرار است که هر سه ذره در حال تعادل باشند، باید در یک راستا بوده و یک‌درمیان، علامت بارها قرینه شود، پس چیدمان آنها به صورت زیر خواهد بود و بار وسطی باید نزدیک‌تر به بار کوچکتر باشد. تا اینجا با توجه به گزینه‌ها فقط گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{cases} q_3 = -\frac{9}{4}q_1 \\ r_{31} = \frac{1}{4}x \end{cases} \quad \text{یعنی} \quad \begin{cases} q_3 < 0 \\ r_{31} < x \end{cases}$$

و اما حل سوال، ابتدا فاصله q_3 از q_1 را می‌یابیم.



$$F_3 = 0 \rightarrow F_{13} = F_{23} \rightarrow \frac{k|q_1 q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k|q_2 q_3|}{r_{23}^2} \rightarrow \frac{|q_1|}{r_{13}^2} = \frac{|q_2|}{r_{23}^2} \rightarrow \frac{q_1}{r_{13}^2} = \frac{9q_1}{(x + r_{13})^2} \rightarrow r_{13} = \frac{1}{2}x$$

و برای پیدا کردن q_3 ، نیروی خالص وارد بر q_1 را صفر در نظر می‌گیریم.

$$F_{10} = 0 \rightarrow F_{31} = F_{21} \rightarrow \frac{k|q_3 q_1|}{r_{31}^2} = \frac{k|q_2 q_1|}{r_{21}^2} \rightarrow \frac{q_3}{(\frac{1}{2}x)^2} = \frac{q_2}{x^2} \rightarrow \frac{q_3}{\frac{1}{4}x^2} = \frac{9q_1}{x^2} \rightarrow |q_3| = \frac{9}{4}q_1 \xrightarrow{q_3 < 0} q_3 = -\frac{9}{4}q_1$$

۱۹ گزینه ۲ می‌دانیم که با توجه به قانون کولن، نیروی الکتریکی‌ای که دو بار الکتریکی به هم وارد می‌کنند با مربع فاصله آنها از هم، نسبت عکس دارد. به عبارتی داریم:

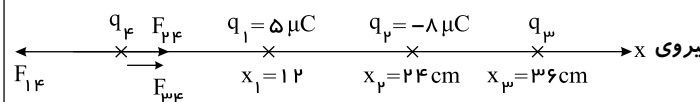
$$F = \frac{k|q_1 q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{ثابت: } |q_1 q_2|} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \xrightarrow{r_2 = r_1 + 0.2r_1 = 1.2r_1}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{1.2r_1} \right)^2 = \frac{1}{1.44} = \frac{100}{144} \rightarrow \frac{F_2 - F_1}{F_1} = \frac{100 - 144}{144} \Rightarrow \frac{\Delta F}{F_1} \times 100 = -\frac{44}{144} \times 100 \simeq -30.5\%$$

یعنی نیروی الکتریکی بین آنها تقریباً ۳۰ درصد کاهش می‌یابد.

۲۰ گزینه ۲

در ابتدا آرایش قرار گرفتن بارهای الکتریکی در امتداد محور x را رسم می‌کنیم و نیروی x را رسم می‌کنیم و برآیند آنها را صفر قرار می‌دهیم.



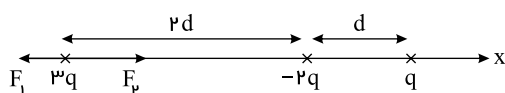
(بدیهی است که بار q_3 باید منفی باشد تا همراه بار q_2 که آن نیز منفی است، بتوانند نیروی حاصل از بار q_1 به بار q_4 را خنثی کنند) برای بار q_4 داریم:

$$F_{q4} = 0 \rightarrow F_{14} = F_{24} + F_{34} \Rightarrow \frac{k|q_1 q_4|}{r_{14}^2} = \frac{k|q_2 q_4|}{r_{24}^2} + \frac{k|q_3 q_4|}{r_{34}^2} \Rightarrow \frac{5}{12^2} = \frac{8}{24^2} + \frac{|q_3|}{36^2} \Rightarrow \frac{5}{1} = \frac{8}{4} + \frac{|q_3|}{9}$$

$$\Rightarrow |q_3| = 27 \mu C \Rightarrow q_3 = -27 \mu C$$

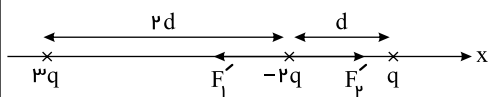
۲۱ گزینه ۳

در ابتدا با رسم نیروهای وارد بر بار q ، نیروی $\vec{F}$ را می‌یابیم.



$$|\vec{F}| = F_1 - F_2 = \frac{k \times 2q \times 3q}{4d^2} - \frac{k \times q \times 3q}{9d^2} \Rightarrow F = \frac{1}{6} \times \frac{kq^2}{d^2} \rightarrow \text{به طرف راست}$$

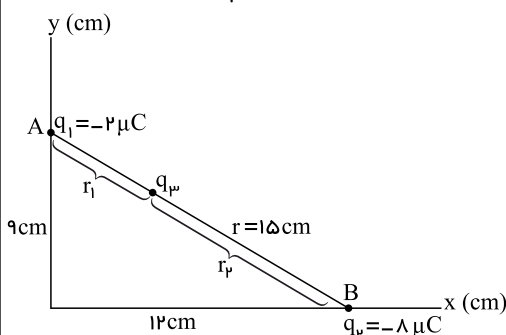
و برای تعیین نیروی وارد بر بار $2q$ داریم:



$$|\vec{F}'| = F'_2 - F'_1 = \frac{k \times q \times 2q}{d^2} - \frac{k \times 3q \times 2q}{4d^2} \Rightarrow |\vec{F}'| = \frac{1}{2} \times \frac{kq^2}{d^2} \rightarrow \text{به طرف راست}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{kq^2}{d^2}}{\frac{1}{6} \times \frac{kq^2}{d^2}} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{3}{1} \Rightarrow \vec{F}' = \frac{3}{1} \vec{F}$$

۲۲ گزینه ۳ می‌دانیم که بار الکتریکی q_3 در امتداد خط واصل بارهای q_1 و q_2 ، بین آنها و نزدیک‌تر به بار q_1 است. با توجه به شکل داریم:



$$r = \sqrt{9^2 + 12^2} \Rightarrow r = 15 \text{ cm}$$

$$F_2 = 0 \Rightarrow \frac{q_1}{r_1^2} = \frac{q_2}{r_2^2} \quad \begin{matrix} r_1 = x \\ r_2 = 15 - x \end{matrix}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{8}{15 - x} \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$$

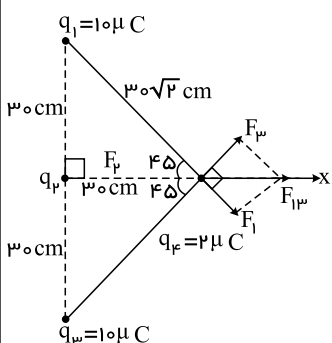
۲۳ گزینه ۱ قبل از هر چیزی می‌دانیم که در رابطه مربوط به قانون کولن، اگر q بر حسب μC و r بر حسب cm باشد، پس از تبدیل یکها در SI می‌توانیم

بنویسیم:

$$F = \frac{9 \times q_1 q_2}{r^2}$$

$$F_1 = F_2 = \frac{9 \times 10 \times 2}{(30\sqrt{2})^2} = 1 \text{ N}$$

$$F_{12} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} \Rightarrow F_{12} = \sqrt{2} \text{ N}$$



$$F_T = F_{13} - F_2 \Rightarrow \sqrt{2} - 2 = \sqrt{2} - F_2$$

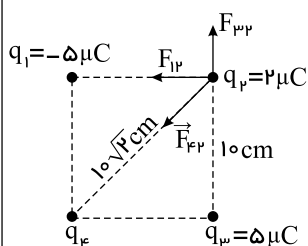
$$\Rightarrow F_2 = 2N$$

$$F_2 = \frac{90 \times 2 \times q_2}{(30)^2} \Rightarrow |q_2| = 10 \mu C \Rightarrow q_2 = -10 \mu C$$

۲۴ گزینه ۴ قبل از هر چیزی می‌دانیم که در به کارگیری قانون کولن برای تعیین نیروی الکتریکی، اگر یکای بارهای الکتریکی میکروکولن و یکای فاصله سانتی‌متر باشد، بزرگی این نیرو برحسب نیوتون به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$F = 90 \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

حال با این مقدمه، در ابتدا نیروهای وارد بر بار q_2 را محاسبه می‌کنیم:



$$F_{12} = F_{23} = \frac{90 \times 5 \times 2}{100} \Rightarrow F_{12} = F_{23} = 9N$$

با توجه به جهت نیروها داریم:

$$\vec{F}_{12} = -9\vec{i}$$

$$\vec{F}_{23} = 9\vec{j}$$

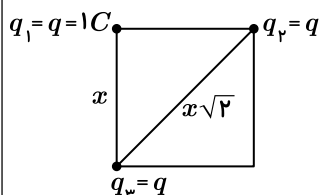
حال برای تعیین نیروی $\vec{F}_{42}$ داریم:

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{42} \Rightarrow -18\vec{i} = -9\vec{i} + 9\vec{j} + \vec{F}_{42} \Rightarrow \vec{F}_{42} = -9\vec{i} - 9\vec{j} \Rightarrow F_{42} = 9\sqrt{2}N$$

با توجه به جهت نیروی $\vec{F}_{42}$ می‌توان دریافت که بار q_4 منفی است.

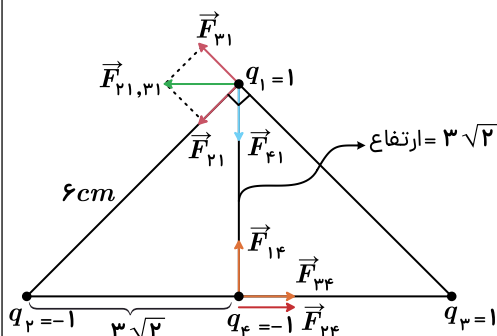
$$F_{42} = \frac{90 |q_4| q_2}{(10\sqrt{2})^2} \Rightarrow 9\sqrt{2} = \frac{90 \times |q_4| \times 2}{200} \Rightarrow |q_4| = 10\sqrt{2} \mu C \Rightarrow q_4 = -10\sqrt{2} \mu C$$

۲۵ گزینه ۲



$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \xrightarrow{\text{بارها مشابه}} \frac{F_{12}}{F_{23}} = \left(\frac{x\sqrt{2}}{x} \right)^2 = 2$$

۲۶ گزینه ۲ چون در این سؤال می‌خواهیم نسبت بین نیروهای خالص را به دست آوریم، برای راحتی کار می‌توانیم اندازه همه بارها را ۱ در نظر بگیریم. بنابراین نیروی بین دو بار الکتریکی به این صورت در می‌آید:



$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} \xrightarrow{|q_1|, |q_2| = 1} F = \frac{k}{r^2}$$

برای بار q_1 داریم:

$$\begin{cases} F_{21} = F_{31} = \frac{k}{36} \rightarrow F_{21,31} = \frac{k\sqrt{2}}{36} \rightarrow F_{net,1} = \sqrt{\left(\frac{k}{18}\right)^2 + \left(\frac{k\sqrt{2}}{36}\right)^2} = \frac{k}{18}\sqrt{\frac{3}{2}} \\ F_{21} = \frac{k}{(3\sqrt{2})^2} = \frac{k}{18} \end{cases}$$

برای بار q_2 داریم:

$$\begin{cases} F_{22} = F_{32} = \frac{k}{(3\sqrt{2})^2} = \frac{k}{18} \rightarrow F_{22,32} = 2 \times \frac{k}{18} = \frac{k}{9} \rightarrow F_{net,2} = \sqrt{\left(\frac{k}{9}\right)^2 + \left(\frac{k}{18}\right)^2} = \frac{k}{18}\sqrt{5} \\ F_{12} = F_{31} = \frac{k}{18} \end{cases}$$

حال داریم:

$$\frac{F_{net,1}}{F_{net,2}} = \frac{\frac{k}{18}\sqrt{\frac{3}{2}}}{\frac{k}{18}\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{3}{10}}$$

۲۷ گزینه ۱

$$F = k \frac{q_1 \times 6q_1}{r^2} = 6k \frac{q_1^2}{r^2}$$

$$\begin{cases} q'_1 = q_1 + \frac{q_2}{2} = q_1 - 3q_1 = -2q_1 \\ q'_2 = q_2 - \frac{q_2}{2} = -3q_1 \end{cases} \Rightarrow F' = k \frac{2q_1 \times 3q_1}{r^2} = 6k \frac{q_1^2}{r^2} \Rightarrow F' = F$$

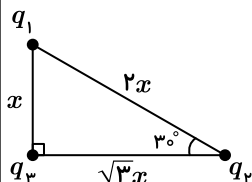
چون در حالت دوم بارها همنام می‌شوند، نیروی بینشان از نوع دافعه است.

۲۸ گزینه ۴ برای اینکه هر سه بار الکتریکی در حال تعادل باشند، باید دو بار q_1 و q_3 همنام و بار q_2 با آنها غیرهمنام باشد:

$$\begin{cases} q_2 \text{ ذره } : F_{12} = F_{32} \Rightarrow \frac{|q_1|}{d^2} = \frac{|q_3|}{4d^2} \rightarrow \frac{q_1}{q_3} = \frac{1}{4} \\ q_1 \text{ ذره } : F_{21} = F_{31} \Rightarrow \frac{|q_2|}{d^2} = \frac{|q_3|}{9d^2} \rightarrow \frac{q_2}{q_3} = -\frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -\frac{9}{4}$$

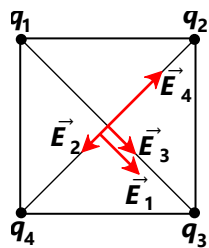
$$\Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = -\frac{4}{9}$$

۲۹ گزینه ۴



$$\begin{aligned} \frac{F_{12}}{F_{23}} &= \frac{3}{4} \xrightarrow{F = \frac{k|q_1 q_2|}{r^2}} \frac{|q_1 q_2|}{|q_2 q_3|} \times \left(\frac{r_{23}}{r_{12}}\right)^2 = \frac{3}{4} \\ &\rightarrow \left|\frac{q_1}{q_2}\right| \times \left(\frac{\sqrt{3}x}{x}\right)^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow \left|\frac{q_1}{q_2}\right| = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

۳۰ گزینه ۳ برای اینکه میدان در مرکز مربع کاملاً افقی و در جهت محور x باشد، باید برای میدان دو بار q_1 و q_3 ، با برای میدان دو بار q_2 و q_4 برابر باشد:

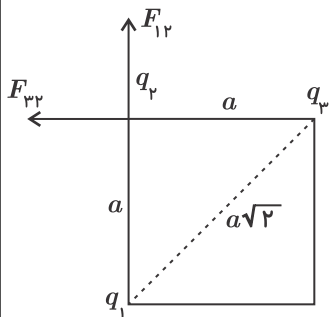


$$E_1 + E_3 = E_4 - E_2 \xrightarrow[r=\text{ثابت}]{E=\frac{k|q|}{r^2}} |q_1| + |q_3| = |q_4| - |q_2|$$

$$\rightarrow |q_4| = 6 + 2 + 4 = 12 \mu C$$

با توجه به جهت میدان $\vec{E}_4$ ، $q_4 = +12$ است.

۳۱ گزینه ۴



$$q_1 = q_2 = q_3 = q$$

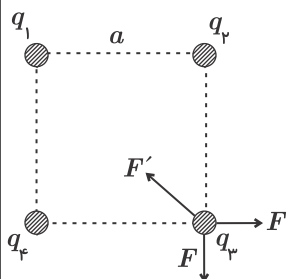
$$F_{13} = \frac{kqq}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{kq^2}{2a^2}$$

$$F_{32} = F_{13} = \frac{kqq}{a^2} = \frac{kq^2}{a^2}$$

$$F_3 = \sqrt{2} \frac{kq^2}{a^2}$$

$$\frac{F_3}{F_{13}} = \frac{\sqrt{2} \frac{kq^2}{a^2}}{\frac{kq^2}{2a^2}} = 2\sqrt{2}$$

۳۲ گزینه ۴ برای اینکه q_3 در حال تعادل باشد، باید برابری نیروهای حاصل از q_2 و q_4 ، با نیروی حاصل از q_1 خنثی شود:

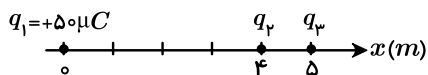


$$q_2 = q_4$$

$$F' = \sqrt{2}F \rightarrow \frac{k|q_1q_3|}{(a\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} \frac{k|q_2q_3|}{a^2} \rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{-\sqrt{2}}{4} \Leftarrow \text{با توجه به جهت نیروها، } q_2 \text{ و } q_1 \text{ هم علامت نیستند.}$$

۳۳ گزینه ۳

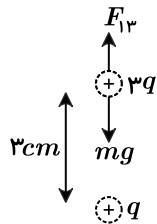


چون q_3 خارج از فاصله دو بار دیگر به تعادل رسیده، پس q_1 و q_2 ناهم علامت هستند؛ یعنی q_2 منفی است.

$$F_{13} = F_{23} \rightarrow \frac{|q_1|}{r_{13}^2} = \frac{|q_2|}{r_{23}^2} \rightarrow \frac{50}{9^2} = \frac{|q_2|}{5^2}$$

$$\rightarrow |q_2| = \frac{50}{9} = 2 \mu C \Rightarrow q_2 = -2 \mu C$$

۳۴ گزینه ۲



$$F_{12} = \frac{kq_1q_2}{r^2} mg$$

$$= \frac{9 \times 10^9 \times 3q^2}{9 \times 10^{-4}} = 7,5 \times 10^{-6} \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow q^2 = 25 \times 10^{-22} \Rightarrow q = 5 \times 10^{-11} \xrightarrow{q=ne} 3q = 15 \times 10^{-11} = n(1,6 \times 10^{-19})$$

$$\Rightarrow n = \frac{15 \times 10^{-11}}{1,6 \times 10^{-19}} = 9,375 \times 10^8$$

۳۵ گزینه ۲

$$F = k \frac{|q_1q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F_{22}}{F_{12}} = \left| \frac{q_2}{q_1} \right| \Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_1} \right| = \frac{6 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-3}} = \frac{3}{4}$$

q_1 و q_3 همدیگر را دفع کرده‌اند، در حالی که q_2 و q_3 همدیگر را جذب کرده‌اند؛ بنابراین q_3 و q_1 علامت متفاوتی دارند و $\frac{q_3}{q_1} = -\frac{3}{4}$ است.

۳۶ گزینه ۱

$$F_1 = k \frac{|q_1q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times |q_1q_2|}{2^2} = 0,027$$

چون اندازه نیروی بین دو کره پس از تماس کاهش یافته است، بنابراین بار کره‌ها ناهمنام بوده است:

$$\Rightarrow |q_1q_2| = 1,2 \times 10^{-11} C^2 \Rightarrow q_1q_2 = -1,2 \times 10^{-11} C^2$$

فرض می‌کنیم بعد از تماس، بار هر دو کره مثبت شود (البته این فرض تأثیری در پاسخ نخواهد داشت):

$$F_2 \Rightarrow k \frac{q'^2}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times |q'|^2}{2^2} = 9 \times 10^{-3} \Rightarrow |q'|^2 = 4 \times 10^{-12} \Rightarrow q' = 2 \times 10^{-6} C$$

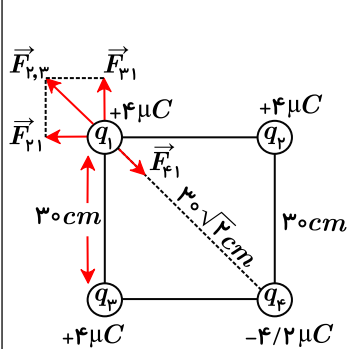
بار هر کره بعد از تماس از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$q' = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} q' = \frac{q_1 + q_2}{2} &= 2 \times 10^{-6} \Rightarrow q_1 + q_2 = 4 \times 10^{-6} C \\ q_1q_2 &= -12 \times 10^{-12} C^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 6 \times 10^{-6} C \\ q_2 = -2 \times 10^{-6} C \end{cases}$$

$$\Delta q = |q' - q_1| = |2 \times 10^{-6} - 6 \times 10^{-6}| = 4 \times 10^{-6} \xrightarrow{\Delta q = ne} n = \frac{4 \times 10^{-6}}{1,6 \times 10^{-19}} = 2,5 \times 10^{13}$$

۳۷ گزینه ۱



$$F = \frac{k|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$F_{11} = 90 \times \frac{4 \times 4}{(30 \times \sqrt{2})^2} = 0.84 N$$

$$|F_{11}| = |F_{12}| = 90 \times \frac{4 \times 4}{30^2} = F_{13} = 1.6 N$$

$$1.6\sqrt{2} = 1.6 \times 1.4 = 2.24 N$$

$$F_t = 2.24 - 0.84 = 1.4 N$$

۳۸ گزینه ۱ ابتدا بزرگی میدان‌های حاصل از دو بار q_1 و q_3 را در نقطه O پیدا می‌کنیم تا نوع بار q_3 را تشخیص دهیم:

$$O \text{ در } q_1 : E_1 = \frac{kq_1}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-9}}{900 \times 10^{-4}} = 800 N/C$$

$$O \text{ در } q_3 : E_3 = \frac{k|q_3|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-9}}{100 \times 10^{-4}} = 1800 N/C$$

پس بار q_3 باید مثبت باشد که میدان آن هم‌جهت با میدان بار q_1 در نقطه O باشد.

$$E_3 - (E_1 + E_2) = 100 \Rightarrow 1800 - (800 + E_2) = 100$$

$$\Rightarrow E_2 = 900 N/C \rightarrow E_2 = \frac{k|q_2|}{r^2} \Rightarrow 900 = \frac{9 \times 10^9 q_2}{400 \times 10^{-4}} \Rightarrow q_2 = 4 \times 10^{-9} C = 4 nC$$

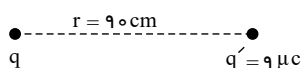
۳۹ گزینه ۳ در ابتدا، با توجه به تعریف کمی میدان الکتریکی، بردار آن را یافته، سپس بزرگی‌اش را تعیین می‌کنیم.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{10.8\vec{i} - 14.4\vec{j}}{2 \times 10^{-6}} = (5.4\vec{i} - 7.2\vec{j}) \times 10^6 \left(\frac{N}{C}\right)$$

$$E = \sqrt{(5.4 \times 10^6)^2 + (-7.2 \times 10^6)^2} = 10^6 \times \sqrt{5.4^2 + 7.2^2} = 9 \times 10^6 \left(\frac{N}{C}\right)$$

۴۰ گزینه ۳ در ابتدا باید بار الکتریکی‌ای که میدان الکتریکی را در اطراف خود ساخته، بیابیم.

$$E = \frac{kq}{r^2} \rightarrow (2.25 \times 10^5) = \frac{k(q)}{(0.8)^2} \rightarrow \boxed{kq = 1.44 \times 10^5}$$

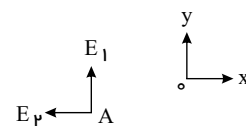


$$\rightarrow F = \frac{kqq'}{r^2} = \frac{(1.44 \times 10^5)(9 \times 10^{-6})}{(0.9)^2} = 1.6 N$$

$$\rightarrow \boxed{F = 1.6 N}$$

۴۱ گزینه ۴ با توجه به نوع و اندازه بارها، میدان هریک در رأس A را پیدا می‌کنیم.

$$\begin{cases} E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{(9 \times 10^9)(4 \times 10^{-6})}{(0.3)^2} = 4 \times 10^5 N/C \\ E_2 = \frac{k|q_2|}{r_2^2} = \frac{(9 \times 10^9)(8 \times 10^{-6})}{(0.4)^2} = 4.5 \times 10^5 N/C \end{cases}$$



$$\rightarrow \vec{E}_A = -4.5 \times 10^5 \vec{i} + 4 \times 10^5 \vec{j}$$

۴۲ گزینه ۳ میدان الکتریکی بار را در فاصله‌های داده شده پیدا کرده و تفاضل آن‌ها را برابر $1.6 \times 10^4 \frac{N}{C}$ قرار می‌دهیم.

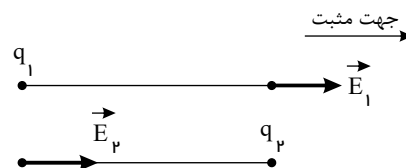
$$E = \frac{kq}{r} \begin{cases} r_1 = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m} \Rightarrow E = E_1 \\ r_2 = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m} \Rightarrow E = E_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_1 = E_2 - 1.6 \times 10^4 \Rightarrow E_2 - E_1 = k|q| \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \Rightarrow 1.6 \times 10^4 = k|q| \left(\frac{1}{0.1} - \frac{1}{0.3} \right) \\ E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow k|q| = \frac{1.6 \times 10^4}{\left(\frac{1}{0.1} - \frac{1}{0.3} \right)} = \frac{160 \times 9}{1} = 1440 \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_3 = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow E_3 = 1440 \frac{N}{C} \\ r_3 = 1 \text{ m} \end{cases}$$

۴۳ گزینه ۲ میدان الکتریکی در هر نقطه، به بار موجود در آن نقطه بستگی ندارد.

$$\text{if: } q_1 > 0 \Rightarrow q_2 = -4q_1 \begin{cases} |q_2| = 4q_1 = \frac{E=k|q|}{r} \Rightarrow \vec{E}_2 = 4\vec{E}_1 \\ q_2 < 0 \end{cases}$$



۴۴ گزینه ۲ توجه: بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک بار نقطه‌ای q در فاصله r از آن، از رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ محاسبه می‌شود. در این رابطه $|q|$ بر حسب

کولن (C), r بر حسب متر (m) و E بر حسب نیوتن بر کولن ($\frac{N}{C}$) یا ولت بر متر ($\frac{V}{m}$) است.

توجه: شاید تنها نکته قابل توجه دقت در نام گذاری‌هاست. در شکل $r_2 < r_1$ و $E_2 > E_1$ است.

$$\begin{cases} r = r_1 \\ E_1 = 1.125 \times 10^7 \frac{N}{C} \Rightarrow E_1 = \frac{k|q|}{r_1^2} \Rightarrow 1.125 \times 10^7 = \frac{(9 \times 10^9)(|q|)}{r_1^2} \Rightarrow r_1^2 = 800|q| \quad (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = r_2 = 5 \text{ cm} = \frac{5}{100} \text{ m} = \frac{1}{20} \text{ m} \Rightarrow E_2 = \frac{k|q|}{r_2^2} \Rightarrow 18 \times 10^7 = \frac{(9 \times 10^9)(|q|)}{\left(\frac{1}{20}\right)^2} = 36 \times 10^{11}|q| \\ E = E_2 = 18 \times 10^7 \frac{N}{C} \end{cases}$$

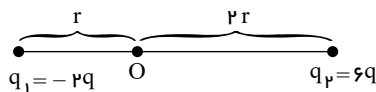
$$\Rightarrow |q| = \frac{1}{2} \times 10^{-4} C \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow r_1^2 = 800 \times \frac{1}{2} \times 10^{-4} = 400 \times 10^{-4} \Rightarrow r_1 = 20 \times 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow r_1 = 20 \text{ cm}$$

$$|q| = 0.5 \times 10^{-6} C = 50 \mu C$$

۴۵ گزینه ۱

گام اول: میدان برابند را در نقطه O مشخص می‌کنیم:



$$E = \frac{k|q|}{r^2} : \frac{|q_2| = 3|q_1|}{r_2 = 2r_1} \rightarrow (E_2)_O = \frac{3}{4}(E_1)_O \xrightarrow{(E_2)_O < (E_1)_O} E_T = E_1 = (E_1)_O + (E_2)_O = \frac{7}{4}(E_1)_O$$

$(E_1)_O$: بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 در نقطه O است.

$(E_2)_O$: بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 در نقطه O است.

q هر علامتی داشته باشد، q_1 و q_2 مختلف‌العلامتند. پس میدان آنها در O هم‌جهت است.

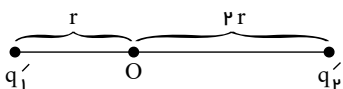
$$E_1 = \frac{1}{4} \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{1}{2} \frac{k|q|}{r^2}$$

گام دوم:

۵۰ درصد بار q_2 را به بار q_1 منتقل می‌کنیم. یعنی:

$$\begin{cases} q'_1 = q_1 + 3q = (-2q) + 3q = q \\ q'_2 = q_2 - 3q = 6q - 3q = 3q \end{cases}$$

حال میدان حاصل از این بارها (q'_1 و q'_2) را در نقطه O محاسبه می‌کنیم:



q هر علامتی داشته باشد، q'_1 و q'_2 هم‌علامت بوده و میدان الکتریکی حاصل از آنها در نقطه O در خلاف‌جهت یکدیگر است.

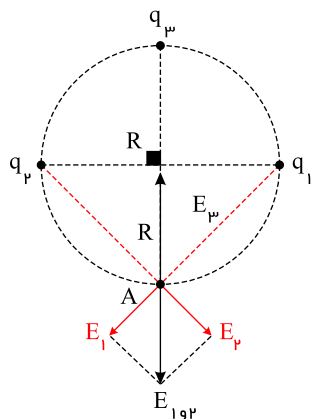
$$\begin{cases} q'_2 = 3q'_1 \\ r_2 = 2r_1 \end{cases} \Rightarrow (E'_2)_O = \frac{3}{4}(E'_1)_O$$

$$E_T = E_2 = (E'_2)_O - (E'_1)_O = \frac{1}{4}(E'_1)_O \Rightarrow E_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{k|q|}{r^2} \right)$$

گام سوم: محاسبه $\frac{E_2}{E_1}$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{1}{4} \frac{k|q|}{r^2}}{\frac{1}{2} \frac{k|q|}{r^2}} = \frac{1}{14}$$

۴۶ گزینه ۲



برای اینکه میدان برآیند در نقطه A صفر شود، می‌بایستی میدان برآیند بارهای q_1 و q_2 با میدان حاصل از بار q_3 در نقطه A خنثی شود. این امر، مستلزم این است که E_1 و E_2 هم‌امتداد E_3 و خلاف جهت آن باشد و برای اینکه این اتفاق بیفتد، می‌بایستی $E_1 = E_2$ باشد. در نتیجه باید $q_1 = q_2$. آنچه مهم است این است که باید q_1 و q_2 هم‌علامت و مخالف علامت q_3 باشد.

اینکه کدام مثبت و کدام منفی باشد، مهم نیست. پس می‌توان $q_1 = q_2 > 0$ و $q_3 < 0$ را در نظر گرفت:

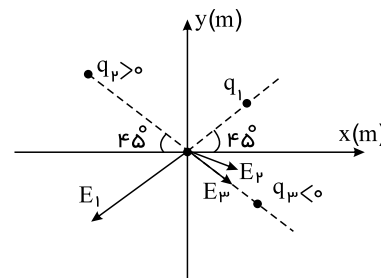
$$\begin{cases} r_1 = r_2 = \sqrt{2}R \text{ (شعاع دایره: } R) \\ r_3 = 2R \end{cases}$$

$$E_{1,2} = E_3 \Rightarrow \sqrt{2}E_1 = E_3 \Rightarrow \sqrt{2}\left(\frac{kq_1}{(\sqrt{2}R)^2}\right) = \frac{k|q_3|}{(2R)^2} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}q_1 = \frac{|q_3|}{4} \Rightarrow \left|\frac{q_3}{q_1}\right| = 2\sqrt{2}$$

۴۷ گزینه ۱ گام اول: با توجه به مکان q_2 و q_3 درمی‌یابیم، هر دو بار q_2 و q_3 روی نیمساز ربع دوم و چهارم صفحه مختصات xOy می‌باشند. چون $q_3 < 0$ و

$q_2 > 0$ ، میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_2 و q_3 در مبدأ مختصات هم‌جهت است. q_1 هم روی نیمساز ربع اول و سوم قرار دارد.

$$\text{فاصله بارها تا مبدأ مختصات: } \begin{cases} r_1 = 3\sqrt{2}m \\ r_3 = 4\sqrt{2}m \\ r_2 = 6\sqrt{2}m \end{cases}$$



$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{(9 \times 10^9)(12 \times 10^{-6})}{(3\sqrt{2})^2} = 6 \times 10^3 \frac{N}{C}$$

$$E_3 = \frac{k|q_3|}{r_3^2} = \frac{(9 \times 10^9)(\lambda \times 10^{-6})}{(4\sqrt{2})^2} = \frac{9}{4} \times 10^3 \frac{N}{C} = 2250 \frac{N}{C}$$

$$E_t = \sqrt{E_1^2 + E_{3,2}^2} \Rightarrow (7.5 \times 10^3)^2 = (6 \times 10^3)^2 + E_{3,2}^2 \Rightarrow E_{3,2}^2 = 2025 \times 10^6 \Rightarrow E_{3,2} = 4500 \frac{N}{C}$$

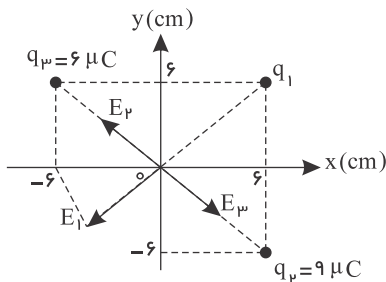
$$\Rightarrow E_2 + E_3 = 4500 \quad E_2 + 2250 = 4500 \Rightarrow E_2 = 2250 \frac{N}{C}$$

$$\xrightarrow{\text{بنابراین}} \begin{cases} \frac{kq_2}{r_2^2} = 2250 \Rightarrow \frac{(9 \times 10^9)q_2}{(6\sqrt{2})^2} = 2250 \Rightarrow q_2 = 18 \times 10^{-6}C \Rightarrow q_2 = 18\mu C \\ r_{12} = \sqrt{(3 - (-6))^2 + (3 - 6)^2} = \sqrt{81 + 9} = \sqrt{90}m \end{cases}$$

$$F_{12} = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = 90 \left(\frac{12 \times 18}{(\sqrt{90})^2} \right) = 12 \times 18 = 216N = 2.16 \times 10^{-2}N$$

۴۸ گزینه ۳

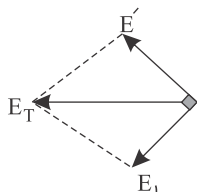
در ابتدا میدانهای دو بار q_2, q_3 سپس برابند آنها را در نقطه O می‌یابیم:



$$E_2 = \frac{kq_2}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 9 \times 10^{-6}}{(6\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} \rightarrow E_2 = \frac{9}{8} \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_3 = \frac{kq_3}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6}}{(6\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} \rightarrow E_3 = \frac{3}{4} \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E' = E_2 - E_3 = \left(\frac{9}{8} - \frac{3}{4}\right) \times 10^7 \rightarrow E' = \frac{3}{8} \times 10^7 \frac{N}{C} = 3.75 \times 10^6$$



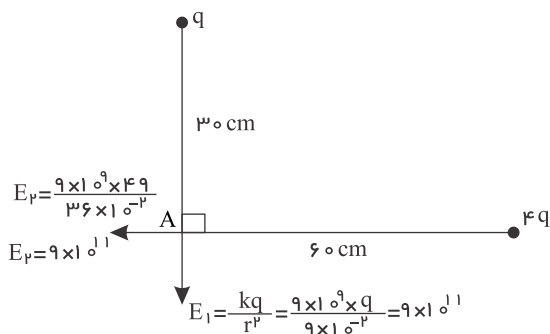
از طرفی داریم: (بافرض $|q_1|$)

$$E_T = \sqrt{E'^2 + E_1^2} \rightarrow (6.25 \times 10^6)^2 = (3.75 \times 10^6)^2 + E_1^2 \rightarrow E_1 = 5 \times 10^6$$

$$E_1 = \frac{kq_1}{r^2} \rightarrow 5 \times 10^6 = \frac{9 \times 10^9 \times q_1}{(6\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} \rightarrow q_1 = 4 \times 10^{-6} C \rightarrow q_1 = 4 \mu C$$

۴۹ گزینه ۳

با توجه به رابطه مربوط به تعیین میدان الکتریکی در اطراف بارهای نقطه‌ای داریم:

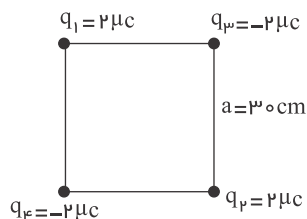


$$E_1 = \frac{kq}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times q}{9 \times 10^{-2}} = q \times 10^{11}$$

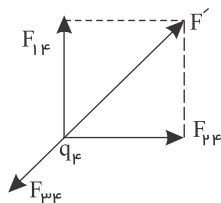
$$E_n^2 = E_1^2 + E_2^2 \rightarrow (1000\sqrt{2})^2 = (q \times 10^{11})^2 + (q \times 10^{11})^2 = 2(q \times 10^{11})^2$$

$$\rightarrow 1000\sqrt{2} = \sqrt{2} \times q \times 10^{11} \rightarrow q = 10^{-8} C \rightarrow q = 10 nC$$

۵۰ گزینه ۲



شرط اینکه میدان الکتریکی در مرکز مربع صفر باشد، این است که بارهای واقع در رأس‌هایی که در امتداد قطر مربع هستند، یکسان باشند، یعنی آرایش بارها باید به صورت زیر باشد. بنابراین برای تعیین نیروی وارد بر یکی از بارها، مثلاً q_4 داریم:



$$F_{14} = F_{34} = \frac{9 \times 2 \times 2}{900} = 0.04 N$$

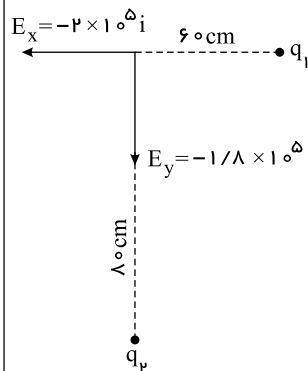
$$F_{24} = \frac{9 \times 2 \times 2}{900 \times 2} = 0.02 N$$

$$F' = \sqrt{F_{14}^2 + F_{34}^2} = 0.04\sqrt{2} = 0.04 \times 1.4 \rightarrow F' = 0.056 N$$

$$F_4 = F' = F_{24} = 0.056 - 0.02 \rightarrow F_4 = 0.036 N$$

۵۱ گزینه ۴

با توجه به میدان الکتریکی در راس قائمه مثلث بدیهی است که $\begin{cases} E_1 = E_x \\ E_2 = E_y \end{cases}$ است. بنابراین داریم:



$$E_x = -2 \times 10^5 \hat{i} \quad 60 \text{ cm} \quad q_1$$

$$E_y = -1.8 \times 10^5 \hat{j} \quad 80 \text{ cm} \quad q_2$$

$$E_1 = E_x \Rightarrow \frac{k|q_1|}{r_1^2} = E_x \Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times |q_1|}{(60 \times 10^{-2})^2} = 2 \times 10^5 \rightarrow q_1 = 8 \times 10^{-6} C = 8 \mu C$$

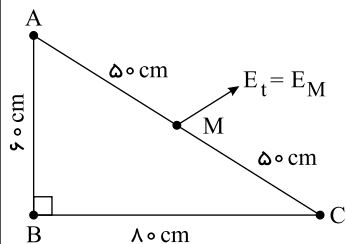
که تا اینجا فقط گزینه «۴» چنین است.

حال اگر بخواهیم q_2 را هم بیابیم، بدیهی است که دارای بار الکتریکی منفی است (با توجه به جهت میدان E_y). پس داریم:

$$E_2 = E_y \Rightarrow \frac{k|q_2|}{r_2^2} = E_y \Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times |q_2|}{(80 \times 10^{-2})^2} = 1.8 \times 10^5$$

$$\rightarrow |q_2| = 12.8 \times 10^{-6} C \rightarrow |q_2| = 12.8 \mu C \xrightarrow{\text{با توجه به جهت } E_y} q_2 = -12.8 \mu C$$

۵۲ گزینه ۱



از آنجا که بارهای الکتریکی در رأس‌های A و C همنام و هم‌اندازه هستند، بزرگی میدان الکتریکی هر یک از آنها در وسط ضلع AC یکسان بوده و یکدیگر را خنثی می‌کنند و میدان الکتریکی برآیند در وسط ضلع AC فقط ناشی از بار الکتریکی موجود در رأس B برابر است. بنابراین داریم:

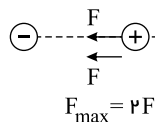
از طرفی می‌دانیم که میانه وارد بر وتر، نصف وتر است بنابراین:

$$BM = \frac{1}{2} AC \xrightarrow{AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}} BM = \frac{1}{2} (\sqrt{60^2 + 80^2}) \Rightarrow BM = 50 \text{ cm}$$

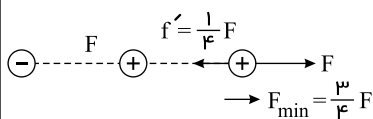
و در نهایت داریم:

$$E_t = E_M = \frac{kq}{r^2} \xrightarrow[r = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}]{E_M = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{C}^2}} 9 \times 10^9 = \frac{9 \times 10^9 \times q}{(0.5)^2} \Rightarrow q = 2.5 \times 10^{-6} \text{ C} = 2.5 \mu\text{C}$$

۵۳ گزینه ۴



بدیهی است که در اینجا بیشترین نیرو به بار $+q$ که در وسط قرار گرفته وارد می‌شود و کمترین نیروی به بار $+q$ که در طرف راست قرار گرفته وارد می‌شود یعنی:



بنابراین:

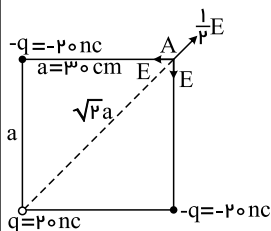
$$\frac{F_{max}}{F_{min}} = \frac{2F}{\frac{1}{4}F} = \frac{8}{1}$$

تذکر: از آنجا که بارها هم‌اندازه هستند، نیروی الکتریکی بین آن‌ها فقط با تغییر فاصله تغییر می‌کند. بنابراین اگر نیرویی که بارها در فاصله r از هم به یکدیگر وارد می‌کنند F باشد، بزرگی این نیرو در فاصله $2r$ ، معادل $\frac{1}{4}F$ می‌شود.

$$F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{r' = 2r} \frac{F'}{F} = \frac{1}{4}$$

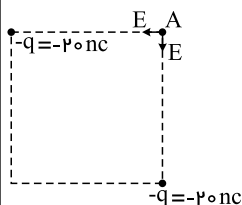
۵۴ گزینه ۲ با توجه به شکل داریم:

در ابتدا با وجود هر سه بار:



$$E_T = \sqrt{2}E - \frac{1}{2}E$$

و با حذف بار q داریم:



$$E'_T = \sqrt{2}E$$

پس با حذف بار q داریم:

$$E'_T - E_T = \sqrt{2}E - (\sqrt{2}E - \frac{1}{2}E) \Rightarrow |\Delta E| = \frac{1}{2}E$$

اما برای تعیین E داریم:

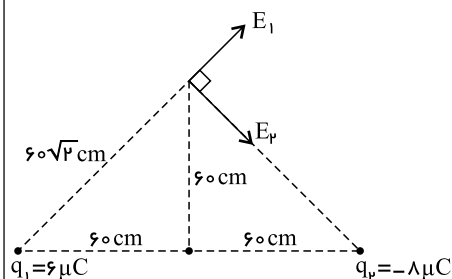
$$E = \frac{kq}{a^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2.0 \times 10^{-9}}{(3.0 \times 10^{-2})^2} = 2000 \frac{N}{C}$$

یعنی با حذف q ، اندازه میدان به مقدار $1000 \frac{N}{C}$ افزایش می‌یابد.

$$\Delta E = \frac{1}{2}E \xrightarrow{E=2000 \frac{N}{C}} \Delta E = 1000 \frac{N}{C}$$

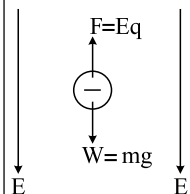
۵۵ گزینه ۲ با توجه به اینکه میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 در نقطه مورد نظر، برهم عمود هستند، داریم:

$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6}}{(60\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} \\ E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-6}}{(60\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{3}{4} \times 10^5 \frac{N}{C} \\ E_2 = 1 \times 10^5 \frac{N}{C} \end{cases}$$



$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = 10^5 \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1} \Rightarrow E_T = 1.25 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

۵۶ گزینه ۳ چون جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار منفی، در یک میدان الکتریکی در خلاف جهت میدان است، در اینجا با توجه به شکل جهت میدان در خلاف جهت محور y است. بنابراین داریم:



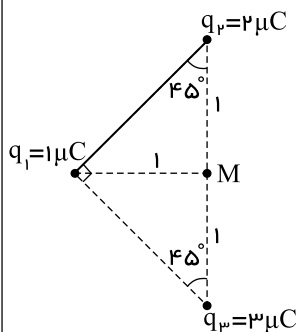
$$F_{net} = 0 \Rightarrow mg = E|q| \Rightarrow 5 \times 10^{-3} \times 10 = |q| \times 10^4 \Rightarrow |q| = 5 \times 10^{-6} C \Rightarrow q = -5 \mu C$$

۵۷ گزینه ۱ در ابتدا با توجه به اینکه مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه است، فاصله بارها تا نقطه M را تعیین می‌کنیم. در اینجا چون بزرگی میدان خالص در نقطه M در دو حالت مقایسه شده، پس فرض‌های زیر را در نظر می‌گیریم.

(I) فاصله هر ذره از نقطه M برابر ۱ است.

(II) مقدار k در مقایسه دو حالت حذف می شود، پس از رابطه $E \propto \frac{q}{r^2}$ به جای $E = \frac{kq}{r^2}$ استفاده می کنیم.

(III) نیازی به تبدیل یکای μC به C نیست. (فقط کافی است که یکای بارها یکسان باشد)



حال با توجه به فرضیات بالا داریم:

حالت اول:

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{1^2} = 1 \Rightarrow E_M = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \\ E_2 &= \frac{2}{1^2} = 2 \\ E_3 &= \frac{3}{1^2} = 3 \end{aligned}$$

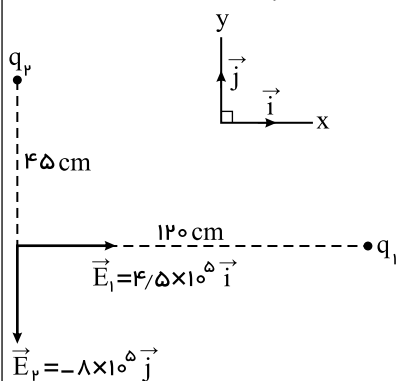
حالت دوم:

$$E_1 = 1 \Rightarrow E'_M = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

و در نهایت داریم:

$$\frac{E'}{E} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{E'}{E} = 1$$

۵۸ گزینه ۲ با توجه به شکل و جهت مثبت بردارهای یکه، بدیهی است که میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 در نقطه M به صورت زیر است:



$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{k|q_1|}{r_1^2} \Rightarrow 4.5 \times 10^5 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_1|}{(12 \times 10^{-2})^2} \\ \Rightarrow |q_1| &= \frac{4.5 \times 144}{9} \times 10^{-6} \Rightarrow |q_1| = 72 \mu C \end{aligned}$$

ولی با توجه به جهت میدان E_1 به بار q_1 منفی است یعنی:

$$q_1 = -72 \mu C$$

و برای بار q_2 که مثبت است داریم:

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow 8 \times 10^5 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_2|}{(45 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{45 \times 45 \times 8}{9} \times 10^{-8} \Rightarrow q_2 = 18 \mu C$$

و در آخر داریم:

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{-72}{18} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -4$$

راه حل دیگر:

$$\frac{E_1}{E_2} = \left| \frac{q_1}{q_2} \right| \times \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \rightarrow \frac{4.5 \times 10^5}{8 \times 10^5} = \left| \frac{q_1}{q_2} \right| \times \left(\frac{45}{120} \right)^2$$

$$\Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = \frac{4.5}{8} \times \frac{120 \times 120}{45 \times 45} = 4$$

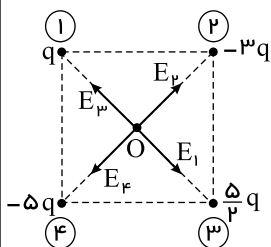
با توجه به جهت میدان های $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ ، بار q_1 منفی و q_2 مثبت است؛ بنابراین:

$$\frac{q_1}{q_2} = -4$$

۵۹

گزینه ۳ می‌دانیم که اگر ضلع مربع a باشد، طول هر قطر آن $a\sqrt{2}$ و فاصله هر رأس از مرکز مربع $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ است. حال با توجه به نوع بارها، بزرگی و جهت

میدان الکتریکی ناشی از هر یک از بارها در مرکز مربع را محاسبه کرده و در آخر، برابری آنها را به دست می‌آوریم.



$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{kq}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{2kq}{a^2} \\ E_2 = \frac{3kq}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{6kq}{a^2} \\ E_3 = \frac{5kq}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{5kq}{a^2} \\ E_4 = \frac{5kq}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{5kq}{a^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{4,2} = E_4 - E_2 = \frac{5kq}{a^2} - \frac{6kq}{a^2} = \frac{-kq}{a^2} \\ E_{3,1} = E_3 - E_1 = \frac{5kq}{a^2} - \frac{2kq}{a^2} = \frac{3kq}{a^2} \end{cases}$$

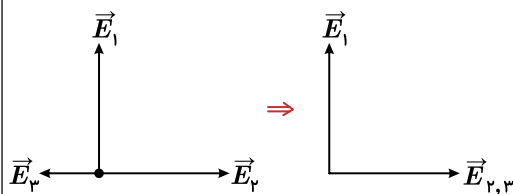
$$E_O = \sqrt{\left(\frac{4kq}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{3kq}{a^2}\right)^2} \Rightarrow E_O = \frac{5kq}{a^2}$$

۶۰

گزینه ۳ ابتدا میدان الکتریکی بارهای q_2 و q_3 را محاسبه می‌کنیم:

$$E = \frac{K|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{900 \times 10^{-4}} = 4 \times 10^5 \frac{N}{C} \\ E_3 = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{3600 \times 10^{-4}} = 10^5 \frac{N}{C} \end{cases} \Rightarrow E_{2,3} = E_2 - E_3 = 3 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

با توجه به شکل، $\vec{E}_{2,3}$ بر $\vec{E}_1$ عمود و برابری آنها برابر با $5 \times 10^5 \frac{N}{C}$ است؛ بنابراین داریم:

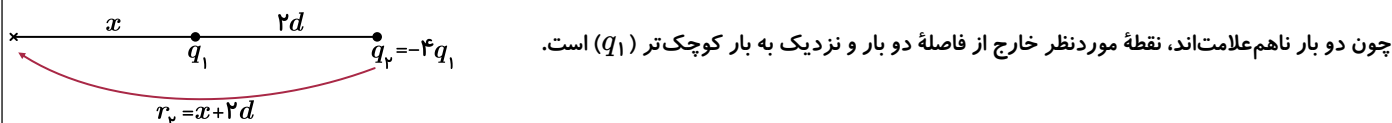


$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_{r,3}^2} \Rightarrow 5 \times 10^5 = \sqrt{E_1^2 + (3 \times 10^5)^2} \xrightarrow{\text{اعداد ۳, ۴, ۵}} E_1 = 4 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

حال اندازه بار q_1 را به دست می آوریم:

$$4 \times 10^5 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_1|}{3600 \times 10^{-2}} \Rightarrow q_1 = 16 \times 10^{-6} C = 16 \mu C$$

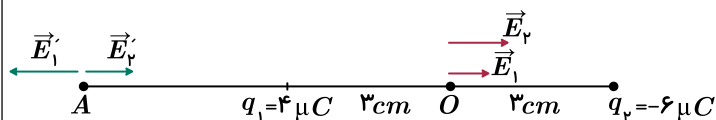
۶۱ گزینه ۴



چون دو بار ناهم علامت اند، نقطه مورد نظر خارج از فاصله دو بار و نزدیک به بار کوچک تر (q_1) است.

$$\frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(x + 2d)^2} \Rightarrow \frac{x + 2d}{x} = \sqrt{\frac{4q_1}{q_1}} = 2 \Rightarrow x + 2d = 2x \Rightarrow x = 2d \Rightarrow r_2 = 4d$$

۶۲ گزینه ۴



$$E = k \frac{q}{r^2} \rightarrow \frac{E_A}{E_O} = \frac{E_1 + E_r}{|E'_1 - E'_r|} = \frac{\frac{k \times 4}{3^2} + \frac{k \times 6}{3^2}}{\frac{k \times 4}{3^2} - \frac{k \times 6}{9^2}} = \frac{\frac{4}{9} + \frac{6}{9}}{\frac{4}{9} - \frac{6}{81}} = \frac{\frac{10}{9}}{\frac{30}{81}} = 3$$

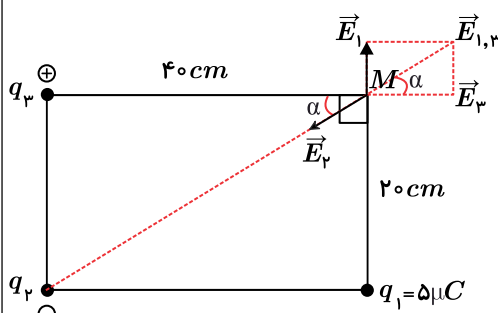
۶۳ گزینه ۱ ابتدا میدان بار q را در فاصله r می یابیم؛ سپس میدان را در فاصله $2r$ حساب می کنیم:

$$F = Eq \Rightarrow 6.4 \times 10^{-2} = E \times 4 \times 10^{-6} \Rightarrow E = 1.6 \times 10^4 \frac{N}{C} \quad (\text{میدان بار } q \text{ در فاصله } r)$$

$$(\text{میدان در فاصله } 2r) \frac{E'}{E} = \left(\frac{r}{2r}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow E' = \frac{1}{4} \times 1.6 \times 10^4 = 4 \times 10^3 \frac{N}{C}$$

۶۴

گزینه ۲ باید برآیند دو بردار $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_3$ ، در راستای قطر مستطیل و در خلاف جهت $\vec{E}_2$ باشد، تا برآیند هر سه بردار صفر شود؛ داریم:

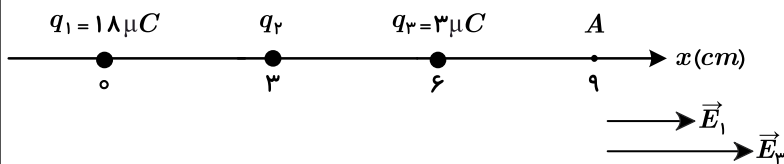


$$\tan \alpha = \frac{E_1}{E_r} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{q_3} \times \left(\frac{r_3}{r_1}\right)^2 = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{5}{|q_3|} \times \left(\frac{40}{20}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{q_3 > 0} q_3 = 40 \mu C$$

۶۵ گزینه ۴



$$\begin{cases} E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{18 \times 10^{-6}}{81 \times 10^{-4}} = 2 \times 10^7 \frac{N}{C} \\ E_3 = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-4}} = 3 \times 10^7 \frac{N}{C} \end{cases} \rightarrow E_{1,3} = 5 \times 10^7 \frac{N}{C} \text{ به سمت راست}$$

میدان خالص در نقطه A می تواند $3 \times 10^7 \frac{N}{C}$ به سمت راست یا به سمت چپ باشد. اگر بخواهیم این برآیند به سمت راست باشد، باید

$$E_2 = 2 \times 10^7 \frac{N}{C} \text{ به سمت چپ باشد و داریم:}$$

$$2 \times 10^7 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_2|}{36 \times 10^{-4}} \rightarrow q_2 = -8 \mu C$$

اگر میدان برآیند به سمت چپ باشد، باید $E_2 = 8 \times 10^7 \frac{N}{C}$ و به سمت چپ باشد و داریم:

$$8 \times 10^7 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_2|}{36 \times 10^{-4}} \rightarrow q_2 = -32 \mu C$$

با توجه به گزینه ها، حالت دوم پاسخ صحیح است.

۶۶ گزینه ۴

$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} \rightarrow E_1 = \frac{k \times 10 \times 10^{-6}}{(20 \times 10^{-2})^2} = \frac{k \times 10^{-3}}{4}$$

$$E_2 = \frac{k \times 20 \times 10^{-6}}{(40 \times 10^{-2})^2} = \frac{k \times 10^{-3}}{8} = \frac{E_1}{2}$$

$$\frac{E'_2}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r'_2}\right)^2 \rightarrow \frac{E'_2}{E_2} = \left(\frac{40}{20}\right)^2 \rightarrow E'_2 = 4E_2 = 2E_1$$

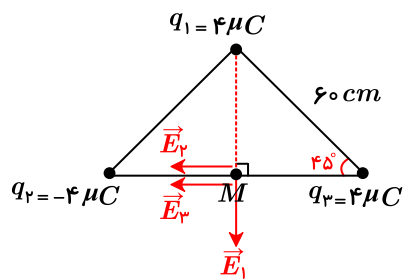
$$\frac{E'_T}{E_T} = \frac{\sqrt{E_1^2 + E_2^2}}{\sqrt{E_1^2 + E_2^2}} = \frac{\sqrt{E_1^2 + 4E_1^2}}{\sqrt{E_1^2 + \frac{E_1^2}{4}}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{\frac{5}{4}}} = \sqrt{4} = 2$$

۶۷ گزینه ۱

$$r_1 = r_2 = r_3 = \frac{60\sqrt{2}}{2} = 30\sqrt{2} cm$$

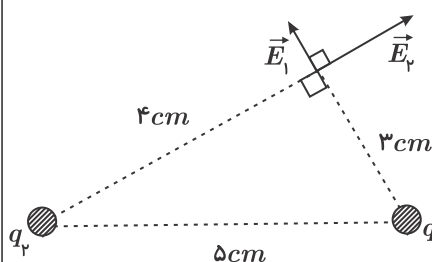
$$E_1 = E_2 = E_3 = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{(30\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 2 \times 10^5 \frac{N}{C} \rightarrow$$

$$E_T = \sqrt{(E_2 + E_3)^2 + E_1^2} \rightarrow E_T = \sqrt{(4 \times 10^5)^2 + (2 \times 10^5)^2} = 2\sqrt{5} \times 10^5 \frac{N}{C}$$



۶۸ گزینه ۳ جهت خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت به سمت بار منفی است؛ در نتیجه بار q_1 مثبت و بار q_2 منفی است. همچنین تراکم خطوط میدان در اطراف بار بزرگ‌تر، بیشتر است؛ در نتیجه اندازه بار q_1 از اندازه بار q_2 بزرگ‌تر است.

۶۹ گزینه ۲



$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-8}}{9 \times 10^{-4}} = 3 \times 10^5 \frac{N}{C} \\ E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 1.6 \times 10^{-7}}{16 \times 10^{-4}} = 9 \times 10^5 \frac{N}{C} \end{cases}$$

$$E_t = \sqrt{(3 \times 10^5)^2 + (9 \times 10^5)^2} = 3\sqrt{10} \times 10^5 N$$

۷۰ گزینه ۳ اگر یکای بار الکتریکی و فاصله را به ترتیب میکروکولن و سانتی متر قرار دهیم، می‌توانیم k را ۹۰ در نظر بگیریم:

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \Rightarrow 90 \times \frac{|q_1| \times 5}{60 \times 60} = 2 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow q_1 = 0.16 \mu C$$

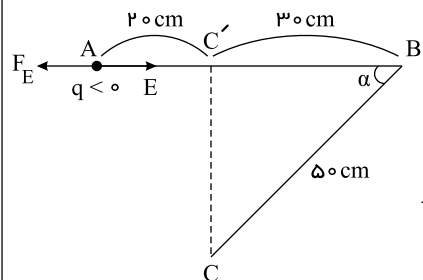
$$E = k \frac{|q_1|}{r^2} \Rightarrow E = 9 \times 10^9 \times \frac{0.16 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-2}} = 3.6 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

۷۱ گزینه ۱

$$\Delta U = -Eqd \cos \theta = -Eqd \cos 0^\circ = -10^5 (-5 \times 10^{-6}) \times 30 \times 10^{-2} \times 1 = +0.15$$

۱۵J افزایش می‌یابد.

۷۲ گزینه ۱



می‌دانیم که تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی به مسیر حرکت ذره در میدان الکتریکی یکنواخت داده شده بستگی

ندارد. پس تمام ΔU در مسیر ABC با ΔU در فاصله A تا C' برابر است:

$$BC' = 50 \cos \alpha \xrightarrow{\cos \alpha = 0.6} BC' = 30 \text{ cm} \Rightarrow AC' = 20 \text{ cm}$$

از طرفی چون بار الکتریکی q دارای بار الکتریکی منفی است، نیروی وارد بر آن در خلاف جهت میدان بوده و با توجه به شکل، زاویه بین نیروی میدان الکتریکی و

جابه‌جایی در راستای میدان 180° است. در نهایت داریم:

$$\Delta U_E = -W_t = -|q| \cdot E \cdot d \cos \theta$$

$$\rightarrow \Delta U_E = -5 \times 10^{-6} \times 10^5 \times (20 \times 10^{-2}) \times (\cos 180^\circ) \rightarrow \Delta U_E = +0.1 J$$

یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در این جابه‌جایی به اندازه ۰٫۱ ژول افزایش می‌یابد.

۷۳ گزینه ۲ چون ذره فقط تحت اثر نیروی میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود به انرژی کل آن پایسته است، یعنی:

$$\Delta K = -\Delta U \xrightarrow{\Delta U = -|q|Ed \cos \theta} \Delta K = 12.5 eV$$

$$\Delta = -|q| \cdot E \cdot d \cdot \cos \theta = -|e| \times 125 \times 0.1 \times \cos 0 \Rightarrow \Delta U = -12.5 eV$$

بنابراین می‌توانیم تندی ذره بعد از ۱۰ cm جابه‌جایی را بیابیم. (در رابطه زیر، انرژی جنبشی باید برحسب ژول باشد)

$$\Delta k = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) \Rightarrow 12.5 \times 1.6 \times 10^{-19} = \frac{1}{2} (10^{-30}) (v^2 - 0^2)$$

و برای تعیین زمان این حرکت داریم:

$$\Rightarrow v = 2 \times 10^6 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 0.1 = \frac{(2 \times 10^6) + 0}{2} \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = 10^{-7} s = 100 ns$$

۷۴ گزینه ۲ در اینجا از چگونگی تغییر سرعت ذره در جابه‌جایی از A تا B حرفی گفته نشده، پس در مورد تغییر انرژی جنبشی نمی‌توان چیزی گفت (اگر ذره

پرتاب یا رها شود می‌توان تغییرات انرژی جنبشی را بررسی کرد). از طرفی اگر ذره باردار $q < 0$ (منفی) در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، الزاماً کار نیروی میدان روی ذره مثبت است.

۷۵ گزینه ۱ در اینجا از وزن و مقاومت هوا صرف‌نظر شده است؛ پس وقتی ذره را در امتداد میدان پرتاب می‌کنیم، تنها نیرویی که بر روی ذره کار انجام می‌دهد، نیروی میدان الکتریکی است.

از طرفی چون باتری و فاصله بین نقاط A و B تغییر نمی‌کند، کار میدان الکتریکی در هر دو حالت از نظر مقدار یکسان است و فقط علامت آن قرینه می‌شود. با این مقدمه، به حل سؤال می‌پردازیم.

در حالت اول پروتون در خلاف جهت میدان الکتریکی پرتاب می‌شود و داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_E} W_E = K_B - K_A \Rightarrow W_E = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) \xrightarrow{v_A = 2 \times 10^4 \frac{m}{s}, v_B = 0}$$

$$\Rightarrow W_E = \frac{1}{2} m (0 - (2 \times 10^4)^2) \Rightarrow W_E = -\frac{1}{2} m (4 \times 10^8) J$$

در حالت دوم داریم:

$$W'_t = \Delta K' \xrightarrow{W'_t = -W_E} -W_E = K'_B - K'_A$$

$$\xrightarrow{-W_E = \frac{1}{2} m (4 \times 10^8)} \frac{1}{2} m \times 4 \times 10^8 = \frac{1}{2} m (v_B'^2 - (2 \times 10^4)^2)$$

$$\Rightarrow v_B'^2 = 2 \times 4 \times 10^8 \Rightarrow v_B = 2\sqrt{2} \times 10^4 \frac{m}{s}$$

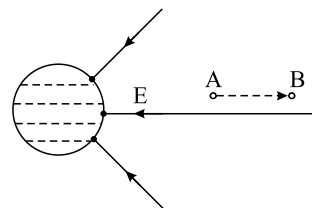
۷۶ گزینه ۴ در حرکت خودبه‌خودی بار الکتریکی، انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و بار منفی به سمت مکان‌هایی با پتانسیل الکتریکی بیشتر می‌رود.

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - 120 = \frac{-5 \times 10^{-3}}{-50 \times 10^{-6}} \Rightarrow V_B = 220 V$$

۷۷ گزینه ۱ نکته (۱): هرچه در جهت خطوط میدان الکتریکی پیش برویم، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. به عبارت ساده‌تر، هرچه به بارهای منفی نزدیک‌تر نشویم (یا از بارهای مثبت دورتر شویم) پتانسیل الکتریکی کمتر می‌شود و برعکس.

نکته (۲): اگر بار منفی در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

$$[V_B > V_A] \text{ و } \left[q < 0 \xrightarrow{\text{حرکت}} U \downarrow \right]$$



۷۸ گزینه ۳ می‌دانیم در اینجا، با توجه به پایستگی انرژی، اگر انرژی جنبشی ۲ میلی‌ژول افزایش یابد، انرژی پتانسیل الکتریکی‌اش ۲ میلی‌ژول کاهش می‌یابد. بنابراین داریم:

$$\Delta U = q\Delta V \rightarrow -2 \times 10^{-3} = q(80 - 30) \rightarrow q = -4 \times 10^{-5} C \rightarrow q = -40 \mu C$$

۷۹ گزینه ۲ با توجه به اینکه صفحات به مولد با نیروی محرکه $20V$ متصل است، همواره اختلاف پتانسیل بین صفحات همان $20V$ مانده و ثابت است. از طرفی با فرض یکنواخت بودن میدان الکتریکی بین صفحات داریم: (پتانسیل الکتریکی صفحه A را ثابت فرض می‌کنیم)

$$\Delta V = E \cdot d \xrightarrow{\text{ثابت E}} \Delta V \propto d \rightarrow \frac{V_B - V_A}{V_P - V_A} = \frac{d_{BA}}{d_{PA}} = \frac{5}{2} \rightarrow \frac{20}{V_P - V_A} = \frac{5}{2} \rightarrow V_P - V_A = 8V(1)$$

و در حالت دوم داریم:

$$\frac{V_B - V_A}{V'_P - V_A} = \frac{d'_{BA}}{d_{PA}} \rightarrow \frac{20}{V'_P - V_A} = \frac{10}{2} \rightarrow V'_P - V_A = 4V(2)$$

و در نهایت داریم:

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} V_P - V_A = 8V \\ V'_P - V_A = 4V \end{cases} \rightarrow V'_P - V_P = -4V$$

یعنی پتانسیل الکتریکی نقطه P، ۴ ولت کاهش می‌یابد.

۸۰ گزینه ۱ با توجه به تفاوت تراکم خطوط میدان الکتریکی، بدیهی است که با رها کردن الکترون در B، خود به خود به طرف نقطه A حرکت کرده و تندی‌اش افزایش می‌یابد که این افزایش تندی در شکل (۳) بیشتر از شکل (۲) و آن هم بیشتر از شکل (۱) است. یعنی $\Delta v_{(3)} > \Delta v_{(2)} > \Delta v_{(1)}$ (دقت کنید که فاصله AB در هر سه شکل یکسان است). از طرفی با توجه به پایسته بودن انرژی $\Delta U = -\Delta K$ است یعنی:

$$|q\Delta V| = |\Delta K| \xrightarrow{\text{یکسان q}} |\Delta V| \propto |\Delta K|$$

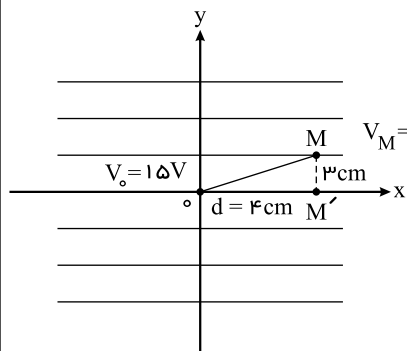
یعنی هر چه تغییر انرژی جنبشی بیشتر باشد، اختلاف پتانسیل بین دو نقطه زیر بیشتر است پس $\Delta V_{(3)} > \Delta V_{(2)} > \Delta V_{(1)}$

۸۱ گزینه ۱ چون ذره باردار فقط تحت تأثیر نیروی میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود، انرژی مکانیکی آن پایسته مانده، پس تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی آن، قرینه تغییر انرژی جنبشی‌اش است، یعنی:

$$E : \text{ثابت} \Rightarrow \Delta U = -\Delta K \Rightarrow q\Delta V = -\frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \xrightarrow{q=5nC=5 \times 10^{-9}C, m=4\mu g=4 \times 10^{-9}kg, v_A=10 \frac{m}{s}, v_B=20 \frac{m}{s}}$$

$$5 \times 10^{-9}(V_B - V_A) = -\left(\frac{1}{2}\right)(4 \times 10^{-9})(400 - 100) \Rightarrow V_B - V_A = -120V$$

۸۲ گزینه ۳



با توجه به آنچه در سؤال ذکر شده، میدان الکتریکی به صورت زیر است:

می‌دانیم که با حرکت در جهت خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، پس میدان الکتریکی در

جهت محور x است. از طرفی می‌دانیم که در رابطه $|\Delta V| = E \cdot d$ مقدار جابه‌جایی در راستای $V_M = -5V = V_{M'}$ $d = 4cm$ است (در اینجا $d = 4cm$ است)

پس در آخر داریم:

$$V_0 - V_m = E \cdot d \Rightarrow 15 - (-5) = E \times 4 \times 10^{-2} \Rightarrow E = 500 \frac{N}{C}$$

۸۳ گزینه ۲ می‌دانیم که کار میدان الکتریکی برابر است با منفی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی؛ یعنی در اینجا داریم:

$$\Delta U_E = -W_E = -20 \mu J$$

حال برای تعیین پتانسیل الکتریکی نقطه B داریم:

$$\Delta U = q\Delta V = q(V_B - V_A) \Rightarrow -20 = -5(V_B - 6) \Rightarrow V_B = 10V$$

۸۴ گزینه ۴ از آنجا که بار q منفی است و در این جابه‌جایی، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد، پس در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شده است. حال برای

تعیین اختلاف پتانسیل الکتریکی بین این دو نقطه، داریم:

$$\Delta U = q\Delta V \xrightarrow[\Delta U = 2 \times 10^{-3} J]{q = -2 \times 10^{-9} C} 2 \times 10^{-3} = -20 \times 10^{-9} (\Delta V) \Rightarrow \Delta V = V_B - V_A = -10^5 V$$

۸۵ گزینه ۳ بار منفی به صورت خودبه‌خودی حرکت می‌کند؛ پس انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد:

$$\Delta V = Ed \Rightarrow \frac{20}{\Delta V} = \frac{2 \times 10^{-2}}{15 \times 10^{-3}} \Rightarrow \Delta V = 15V$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta U = q\Delta V = -5 \times 15 = -75 J$$

۸۶ گزینه ۲ ابتدا بار الکتریکی جابه‌جا شده بین دو نقطه را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow[\Delta U = \lambda kWh]{\Delta V = 2 kV} 2 \times 10^3 = \frac{8 \times 10^3 \times 3600}{q} \rightarrow q = 14400 C$$

حال تعداد الکترون‌های شارش یافته را محاسبه می‌کنیم:

$$q = ne \rightarrow n = \frac{14400}{1.6 \times 10^{-19}} = 9 \times 10^{22}$$

۸۷ گزینه ۲ چون ذره منفی در جهت خطوط میدان جابه‌جا شده، انرژی پتانسیل آن افزایش و انرژی جنبشی آن کاهش می‌یابد. بنابراین

$\Delta U = -\Delta K = +100 mJ$ است و داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \rightarrow V_B - V_A = \frac{100 \times 10^{-3}}{-5 \times 10^{-3}} = -20V$$

۸۸ گزینه ۴

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow E = \frac{6}{2 \times 10^{-3}} = 3 \times 10^3 \frac{V}{m}$$

۸۹ گزینه ۱ میدان الکتریکی درون اجسام رسانای در حال تعادل الکترواستاتیک صفر است.
پتانسیل الکتریکی در همه جای یک جسم رسانای در حال تعادل الکترواستاتیک ثابت و برابر است.

۹۰ گزینه ۳ در اجسام رسانا، بار الکتریکی در سطح خارجی توزیع می‌شود و درون جسم، بار الکتریکی صفر است؛ در نتیجه میدان الکتریکی خالص نیز درون آنها صفر است.
همچنین در جسم رسانایی که در تعادل الکتروستاتیکی قرار دارد، همه نقاط پتانسیل یکسانی دارند.

۹۱ گزینه ۳ چون ظرفیت خازن تغییری نمی‌کند، از رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ کمک می‌گیریم:

$$\frac{U'}{U} = \frac{\frac{1}{2} CV'^2}{\frac{1}{2} CV^2} \Rightarrow \frac{U'}{U} = \left(\frac{V'}{V}\right)^2 = \left(\frac{15}{20}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

۹۲ گزینه ۱ در اینجا ظرفیت ثابت، بار متغیر و در نتیجه انرژی نیز تغییر کرده، پس داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$\frac{(1.25Q)^2}{2 \times 5} - \frac{Q^2}{2 \times 5} = 90$$

$$\frac{0.5625Q^2}{10} = 90 \Rightarrow Q = 40 \mu C$$

$$V = \frac{Q}{C}$$

$$V = \frac{40}{5} = 8V$$

۹۳ گزینه ۲ با معلوم بودن C و V ، برای تعیین U داریم:

$$\begin{cases} C = 5 \mu F \\ V = 10V \end{cases} \rightarrow U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} (5 \mu F) (10)^2 = 250 \mu J$$

۹۴ گزینه ۳ می‌دانیم که با کاهش فاصله بین صفحات، ظرفیت خازن به صورت زیر افزایش می‌یابد.

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow[\kappa=1]{d_1=5mm, d_2=1mm} \Delta C = \epsilon_0 A \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{5mm} \right)$$

$$\rightarrow \Delta C = (9 \times 10^{-12}) (40 \times 10^{-4}) \left(1 - \frac{1}{5} \right)$$

$$\frac{4}{5mm} = \frac{4000}{5} = 800$$

$$\rightarrow \Delta C = (9 \times 4 \times 8) (10^{-13})$$

$$\rightarrow \Delta C = 288 \times 10^{-13} F \rightarrow \Delta C = 28.8 \times 10^{-12} F = 28.8 pF$$

۹۵ گزینه ۱ در ابتدا، اطلاعات سؤال را به صورت زیر دسته‌بندی می‌کنیم:

$$\text{حالت اول} \begin{cases} C = 12 \mu F \\ Q = \text{بار خازن} \\ V_1 = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{12 \mu F} \end{cases}$$

$$\text{پس از تغییر} \begin{cases} C = 12 \mu F \\ Q - 6 = \text{بار خازن} \\ \Delta U = -28.5 \mu J \text{ (کاهش انرژی)} \end{cases}$$

هنگامی که بار $6 \mu C$ از صفحه منفی جدا شود و به صفحه مثبت اضافه شود، بار [صفحه با بار مثبت $(+Q)$] به [صفحه با بار منفی $(-Q)$] تغییر می‌کند. یعنی در کل بار خازن از Q به $(Q - 6)$ تغییر می‌کند:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \rightarrow \Delta U = U_2 - U_1 = \frac{(Q - 6)^2}{2C} - \frac{Q^2}{2C} = -28.5 \mu J \Rightarrow Q^2 - 12Q + 36 - Q^2 = -2(12)(28.5)$$

$$\Rightarrow 36 - 12Q = -684 \Rightarrow 12Q = 720 \Rightarrow Q = 60 \mu C \Rightarrow V_1 = \frac{Q}{C} = \frac{60 \mu C}{12 \mu F} = 5V$$

۹۶ گزینه ۲ میدان الکتریکی بین صفحات خازن هم‌جا باهم برابر است، بنابراین رابطه بین اختلاف پتانسیل بین دو نقطه و فاصله آنها از هم، یک رابطه خطی است یعنی:

$$\Delta V = E \cdot d$$

$$\begin{cases} E = \frac{V_+ - V_-}{10 \text{ mm}} = \frac{V_+ - V_A}{4 \text{ mm}} \Rightarrow \frac{0 - V_-}{5} = \frac{0 - V_A}{2} \Rightarrow \frac{80}{5} = \frac{-V_A}{2} \Rightarrow V_A = -32V \\ \text{اختلاف پتانسیل صفحات خازن} = 80V = V_+ - V_- = 0 - V_- \end{cases}$$

۹۷ گزینه ۲ خازن پیوسته به باتری وصل است. بنابراین اختلاف پتانسیل صفحات خازن ثابت می‌ماند:

$$\Delta V = \text{ثابت}$$

فاصله صفحات خازن را دو برابر می‌کنیم، بنابراین طبق رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ با دو برابر شدن d ، ظرفیت خازن نصف می‌شود.

در مورد میدان الکتریکی:

$$E = \frac{\Delta V}{d} \xrightarrow{\substack{d \times 2 \\ \Delta V = \text{ثابت}}} E \times \frac{1}{2}$$

در مورد بار الکتریکی:

$$Q = \underbrace{C}_{\text{ثابت نصف}} \underbrace{\Delta V}_{\text{ثابت}} \Rightarrow Q \times \frac{1}{2}$$

بنابراین (الف) و (ت) صحیح می‌باشند.

۹۸ گزینه ۱ دقت کنید که با هر گونه تغییرات ولتاژ دو سر خازن، ظرفیت خازن تغییر نمی‌کند.

$$\begin{cases} C = \frac{q}{\Delta V} \Rightarrow \frac{q_1}{\Delta V_1} = \frac{q_1 + 20 \mu C}{1.5 \Delta V_1} \Rightarrow 1.5 q_1 = q_1 + 20 \mu C \Rightarrow q_1 = 40 \mu C \\ U = \frac{1}{2} C \Delta V^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{\Delta V_2}{\Delta V_1} \right)^2 = (1.5)^2 = \left(\frac{9}{4} \right) \Rightarrow \frac{200 \mu J + U_1}{U_1} = \frac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow 9U_1 = 800 \mu J + 4U_1$$

$$\Rightarrow 5U_1 = 800 \mu J \Rightarrow U_1 = 160 \mu J \Rightarrow \frac{q_1^2}{2C} = \frac{(40 \mu C)^2}{2C} = 160 \mu J \Rightarrow C = 5 \mu F$$

۹۹ گزینه ۴ به C به V (اختلاف پتانسیل صفحات خازن) بستگی ندارد.

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2} C(V_2^2 - V_1^2) \Rightarrow \begin{cases} U_2 = U_1 + 5 \times 10^{-6} J \Rightarrow \Delta U = 5 \mu J \\ C = 2 \mu F \\ \Delta U = \frac{1}{2} C(V_2^2 - V_1^2) \Rightarrow 5 \mu J = \frac{1}{2} (2 \mu F)((V_1 + 1)^2 - V_1^2) \\ V_2 = V_1 + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5 = 2V_1 + 1 \Rightarrow V_1 = 2V$$

۱۰۰ گزینه ۲ گام اول: برای سادگی انرژی را هم برحسب میلی ژول و ظرفیت خازن را هم برحسب میلی فاراد می نویسیم. هنگامی که از صفحه منفی، بار مثبت $(+3mC)$ را جدا کرده و به صفحه مثبت می بریم، صفحه منفی، منفی تر و صفحه مثبت، مثبت تر می شود. پس بار خازن زیاد می شود، یعنی می توان نوشت:

$$Q' = Q + 3mC \quad (Q \text{ بار اولیه و } Q' \text{ بار ثانویه خازن است}).$$

گام دوم:

$$\Delta U = \frac{1}{2} \frac{Q'^2}{C} - \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{Q'^2 - Q^2}{2C} \Rightarrow 4500 mJ = \frac{(Q + 3)^2 - Q^2}{2 \times 5 \times 10^{-3} mF}$$

$$\Rightarrow 45 = Q^2 + 9 + 6Q - Q^2 = 6Q + 9 \Rightarrow 6Q = 36 \Rightarrow Q = 6mC$$

۱۰۱ گزینه ۱ فاصله بین صفحات خازن، یکی از عوامل مؤثر در ظرفیت خازن است. بنابراین با نوشتن ظرفیت خازن برحسب مشخصات ساختمان آن داریم:

$$\begin{cases} d_1 = 5mm = 5 \times 10^{-3} m \\ A = 2cm^2 = 2 \times 10^{-4} m^2 \\ k = 4 \\ d_2 = d_1 - 3mm = 2 \times 10^{-3} m \\ \Delta C = ? (PF) \\ \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{F}{m} \end{cases}$$

$$\Delta C = C_2 - C_1 = k\epsilon_0 \frac{A}{d_2} - k\epsilon_0 \frac{A}{d_1}$$

$$\Delta C = k\epsilon_0 A \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right)$$

$$\Delta C = (4)(8.85 \times 10^{-12})(2 \times 10^{-4}) \left(\frac{1}{2 \times 10^{-3}} - \frac{1}{5 \times 10^{-3}} \right)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2 \times 10^{-3}} = \frac{10^3}{2} = 500 \\ \frac{1}{5 \times 10^{-3}} = \frac{10^3}{5} = 200 \\ 4 \times 8.85 \times 2 = 8 \times 8.85 = 70.8 \end{cases}$$

$$\rightarrow \Delta C = (70.8)(10^{-12})(500 - 200) = 70.8 \times 3 \times 10^{-12} = 212.4 \times 10^{-12} F$$

$$\rightarrow \Delta C = 212.4 \times 10^{-12} F \rightarrow \Delta C = 212.4 pF$$

۱۰۲ گزینه ۴ با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن، ظرفیت آن تغییر نمی کند، بنابراین داریم:

$$q = CV \xrightarrow{\text{ثابت } C} \frac{q_2}{q_1} = \frac{V_2}{V_1} \rightarrow \frac{\Delta q}{q_1} = \frac{\Delta V}{V_1} \rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = -10\% \frac{\Delta q}{q_1} = -10\%$$

یعنی بار الکتریکی نیز ۱۰ درصد کاهش می یابد.

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \xrightarrow{\text{ثابت } C} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{q_2}{q_1} \right)^2 \xrightarrow{q_2 = 0.9q_1} \frac{U_2}{U_1} = (0.9)^2 \rightarrow \frac{U_2}{U_1} = 0.81 \rightarrow \frac{\Delta U}{U_1} \times 100 = -19\%$$

یعنی انرژی خازن ۱۹ درصد کاهش می یابد.

۱۰۳ گزینه ۱ با خروجی دی الکتریک از بین صفحات خازن، ظرفیت آن $\frac{1}{k}$ برابر می شود یعنی:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{k_2}{k_1} \xrightarrow{k_1=2, k_2=1} \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{2}$$

از طرفی چون بار خازن ثابت مانده:

$$C = \frac{q}{V} \xrightarrow{q=\text{ثابت}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2} = 2$$

و برای تعیین چگونگی تغییر انرژی:

$$U = \frac{1}{2} qV \xrightarrow{q=\text{ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \frac{V_2}{V_1} = 2$$

۱۰۴ گزینه ۲ در ابتدا ظرفیت خازن در حالت جدید را محاسبه می کنیم.

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{\substack{U=2mJ=2 \times 10^{-3}J \\ V=20V}} 2 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times C_2 \times (20)^2 \Rightarrow C_2 = 10 \times 10^{-6} F = 10 \mu F$$

از طرفی چون فقط با ورود عایق بین صفحات خازن، ظرفیت آن تغییر کرده، داریم:

$$C = \frac{k\epsilon_0 A}{d} \xrightarrow{\substack{A:\text{ثابت} \\ d:\text{ثابت}}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{k_2}{k_1} \xrightarrow{\substack{C_1=5\mu F, k_1=1 \\ C_2=10\mu F}} k_2 = 2$$

۱۰۵ گزینه ۳ برای یک خازن با ظرفیت ثابت، تغییر بار هر یک از صفحه های خازن به صورت زیر محاسبه می شود.

$$Q = CV \Rightarrow \Delta Q = C(\Delta V) \xrightarrow{\substack{C=8\mu F \\ \Delta V=1V}} \Delta Q = 8 \mu C$$

یعنی بار هر یک از صفحات خازن ۸ میکروکولن تغییر کرده است. حال برای تعیین تغییر در تعداد الکترون ها داریم:

$$Q = ne \Rightarrow \Delta n = \frac{\Delta Q}{e} = \frac{8 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} \Rightarrow \Delta n = 5 \times 10^{13}$$

۱۰۶ گزینه ۱ در اینجا ظرفیت خازن ثابت است و با تغییر بار الکتریکی، انرژی خازن تغییر کرده، بنابراین داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{Q_2}{Q_1} \right)^2 = \left(\frac{\frac{3}{2} Q_1}{Q_1} \right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow U_2 = \frac{9}{4} U_1 \xrightarrow{U_2 - U_1 = 25 \mu J} \frac{9}{4} U_1 - U_1 = 25 \Rightarrow \frac{5}{4} U_1 = 25 \Rightarrow U_1 = 20 \mu J$$

و در حالت اول داریم:

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C} \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times \frac{Q_1^2}{40} \Rightarrow Q_1 = 40 \mu C$$

۱۰۷ گزینه ۳ در اینجا ظرفیت خازن تغییر نکرده است و با تغییر بار الکتریکی، اختلاف پتانسیل دو سر خازن و انرژی آن تغییر کرده، بنابراین داریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{C=\text{ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 \xrightarrow{V_2 = \frac{2}{3} V_1} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{2}{3} \right)^2 \Rightarrow U_2 = \frac{4}{9} U_1$$

اما مقدار کاهش انرژی یعنی مقدار ΔU مطلوب است؛ بنابراین داریم:

$$|\Delta U| = |U_2 - U_1| = \left| \frac{4}{9} U_1 - U_1 \right| \Rightarrow |\Delta U| = \frac{5}{9} U_1$$

۱۰۸ گزینه ۴ در اینجا ظرفیت خازن تغییر نکرده، بنابراین داریم:

$$Q = CV \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{V_2}{V_1} \xrightarrow{\substack{Q_2=Q_1+50 \\ V_2=1.2V_1}} \frac{Q_1+50}{Q_1} = 1.2$$

$$\Rightarrow 0.2 Q_1 = 50 \Rightarrow Q_1 = 250 \mu C \Rightarrow Q_2 = 300 \mu C$$

برای پیدا کردن انرژی خازن در حالت دوم داریم:

$$U_2 = \frac{1}{2} \frac{Q_2^2}{C} = \frac{1}{2} \times \frac{(300 \mu C)^2}{25 \mu F} \Rightarrow U_2 = 1800 \mu J \Rightarrow U_2 = 1.8 mJ$$

۱۰۹ گزینه ۲ در اینجا ظرفیت خازن ثابت است و فقط با تغییر بار الکتریکی، اختلاف پتانسیل دو سر خازن و انرژی آن تغییر می‌کند، بنابراین داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \xrightarrow{C=\text{ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2 \xrightarrow{U_2=U_1+4.5 \mu J, Q_2=\frac{5}{4}Q_1}$$

$$\frac{U_1 + 4.5 \mu J}{U_1} = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} \Rightarrow U_1 = 8 \mu J, U_2 = 12.5 \mu J$$

حال برای تعیین اختلاف پتانسیل دو سر خازن داریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \begin{cases} 8 = \frac{1}{2} \times 25 \times V_1^2 \Rightarrow V_1 = \frac{4}{5} V \\ 12.5 = \frac{1}{2} \times 25 \times V_2^2 \Rightarrow V_2 = 1 V \end{cases}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 1 - \frac{4}{5} \Rightarrow \Delta V = 0.2 V$$

۱۱۰ گزینه ۱

$$\text{خازن از باتری جدا شده} \rightarrow q: \text{ثابت} \xrightarrow{d_2=1.5d_1} \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{2}{3} \rightarrow C_2 = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3} \mu C$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \rightarrow U_2 - U_1 = \frac{q^2}{2} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right) = \frac{200^2}{2} \left(\frac{3}{10} - \frac{1}{5} \right) = \frac{4 \times 10^4}{2} \times 0.1 = 2000 \mu J = 2 mJ$$

توجه کنید که در فرمول $U = \frac{q^2}{2C}$ ، اگر یکای q را میکروکولن و یکای C را میکروفاراد قرار دهیم، یکای انرژی μJ به دست می‌آید.

۱۱۱ گزینه ۱

$$V = \text{ثابت} \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} = 3 \xrightarrow{U = \frac{1}{2} CV^2} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} = 3$$

چون اختلاف پتانسیل و فاصله صفحات ثابت است، میدان الکتریکی خازن تغییری نمی‌کند.

۱۱۲ گزینه ۲

$$d_2 = d_1 - \frac{75}{100} d_1 = \frac{25}{100} d_1 \Rightarrow d_2 = \frac{1}{4} d_1$$

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{d_1}{\frac{1}{4} d_1} = 4$$

چون دو سر خازن به باتری وصل است، V ثابت می‌ماند.

$$Q = CV \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} = 4$$

۱۱۳

گزینه ۴ خازن از باتری جدا است، پس بار آن ثابت می‌ماند. با استفاده از رابطه $Q = CV$ ، چون با گذاشتن دی‌الکتریک طبق رابطه $C = \frac{k\epsilon \cdot A}{d}$ ، ظرفیت

خازن افزایش می‌یابد، باید V کاهش پیدا کند تا Q ثابت بماند. از طرفی طبق رابطه $U = \frac{1}{2} QV$ اگر Q ثابت باشد و V کاهش پیدا کند، U نیز کاهش پیدا

خواهد کرد.

۱۱۴ گزینه ۲ چون خازن از باتری جدا شده، بار الکتریکی ثابت است.

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = 5nF \\ Q = 45nC \end{array} \right. \xrightarrow{U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}} U_1 = \frac{1}{2} \times \frac{(45 \times 10^{-9})^2}{5 \times 10^{-9}} = 202,5 \times 10^{-9} J = 202,5 nJ$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{2} \xrightarrow{Q = \text{ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} = 2 \Rightarrow U_2 = 2U_1$$

$$\Rightarrow \Delta U = U_2 - U_1 = U_1 = 202,5 nJ = 2,025 \times 10^{-7} nJ$$

۱۱۵ گزینه ۴ چون خازن به باتری متصل است، U ثابت است:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1}$$

$$C = \frac{\epsilon \cdot A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{U_2 = U_1 + 0,8U_1} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow$$

$$\frac{1,8}{1,0} = \frac{2,7}{d_2} \Rightarrow d_2 = 2,5 mm \Rightarrow d_2 - d_1 = 2,5 - 2,7 = -0,2 mm$$

در نتیجه فاصله بین صفحات خازن باید ۰٫۲ میلی متر کم شود.

۱۱۶ گزینه ۱ با توجه به اینکه مقیاس روی محورهای داده شده معلوم است می توانیم مقادیر V و I را از روی محورها بخوانیم.

از روی قانون اهم، می دانیم که $R = \frac{V}{I}$ است، بنابراین داریم:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\frac{V_B}{I_B}}{\frac{V_A}{I_A}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{4}{9}$$

۱۱۷ گزینه ۴

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = \rho \frac{L_1}{A} \\ R = \rho \frac{L_2}{A} \end{array} \right. \xrightarrow{L_2 = L_1 \cdot \frac{1}{4}} R_2 = \frac{1}{4} R_1 = 1,5 \Omega \Rightarrow \rho \frac{L_2}{A} = 1,5 \Omega$$

در گام بعدی طول سیم را افزایش می دهیم تا به L_1 برسد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{R_3}{R_2} = \left(\frac{L_3}{L_2} \right)^2 \xrightarrow{\text{چون حجم ثابت است}} A_3 L_3 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{L_3}{L_2} = \left(\frac{A_2}{A_3} \right) \Rightarrow \frac{R_3}{R_2} = \left(\frac{L_3}{L_2} \right) \left(\frac{A_2}{A_3} \right) = \left(\frac{L_3}{L_2} \right) \\ L_3 = L_1 + L_2 = \frac{1}{4} L_1 \Rightarrow \left(L_2 = \frac{1}{4} L_3 \right) \Rightarrow \frac{R_3}{R_2} = 16 \Rightarrow R_3 = 16 R_2 = 16 \times 1,5 \Rightarrow R_3 = 24 \Omega \end{array} \right.$$

۱۱۸ گزینه ۴ نکته: مقاومت ویژه رساناهای فلزی با افزایش دما زیاد می شود، در حالی که مقاومت ویژه نیمه رساناها با افزایش دما کاهش می یابد. در برخی موارد، مانند جیوه و قلع با کاهش دما، مقاومت ویژه در دمای خاص به صورت ناگهانی به صفر افت می کند و در دماهای پایین تر، همچنان صفر می ماند؛ این پدیده را «ابررسانایی» می گویند.

۱۱۹ گزینه ۱

$$R = \rho \frac{L}{A} = 7 \times 10^{-5} \Omega \cdot cm \times \frac{17 \times 10^3 \times 10^2 cm}{51 cm^2} = 1 \Omega$$

۱۲۰ گزینه ۳

$$m_A = \frac{1}{\rho} m_B \rightarrow \rho'_A v_A = \frac{1}{\rho} \rho'_B v_B \rightarrow V_A = \frac{1}{\rho} v_B$$

$$\rightarrow L_A A_A = \frac{1}{\rho} L_B A_B \Rightarrow 2 L_B A_A = \frac{1}{\rho} L_B A_B \rightarrow A_A = \frac{1}{4} A_B$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = 1 \times 2 \times 4 = 8$$

۱۲۱ گزینه ۲ ابتدا طول سیم را پیدا می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow V = \frac{3.4}{10} = 3.4 \text{ cm}^3$$

$$V = AL \xrightarrow{A = \pi \frac{d^2}{4}} 3.4 = 3.14 \times \frac{(0.1)^2}{4} \times L \rightarrow L = 4 \times 10^3 \text{ cm} = 40 \text{ m}$$

حال مقاومت سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \frac{\rho L}{A} \rightarrow R = \frac{3.14 \times 10^{-8} \times 40}{3.14 \times \frac{(10^{-2})^2}{4}} = 160 \times 10^{-2} = 1.6 \Omega$$

۱۲۲ گزینه ۱

$$R = \frac{\rho L}{A} \rightarrow \frac{R_r}{R_1} = \frac{A_1}{A_r} \xrightarrow{A = \frac{\pi d^2}{4}} \frac{R_r}{R_1} = \left(\frac{d_1}{0.99 d_1} \right)^2 = \left(\frac{1}{0.99} \right)^2$$

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow \frac{P_r}{P_1} = \frac{R_1}{R_r} = (0.99)^2$$

برای محاسبه راحت‌تر، از اتحاد مربع کامل استفاده می‌کنیم:

$$\frac{P_r}{P_1} = (1 - 0.01)^2 = 1 - 0.02 + 0.0001 \approx 0.98$$

پس توان تقریباً دو درصد کاهش می‌یابد.

۱۲۳ گزینه ۴

$$R = \frac{\rho L}{A} \rightarrow$$

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B} \xrightarrow{\text{یکسان } L \text{ و } R} 1 = \frac{1}{2} \times \frac{A_A}{A_B} \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = 2$$

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{V_A}{V_B} \xrightarrow{V = AL} \frac{m_A}{m_B} = 3 \times 2 = 6$$

۱۲۴ گزینه ۱ ولت‌سنج اختلاف پتانسیل باتری و همچنین اختلاف پتانسیل بین دو سر سیم (بدون مقاومت) را نشان می‌دهد.

$$V = RI \xrightarrow{R=0} V = 0$$

$$\varepsilon = I(\cancel{R_T} + r) = \varepsilon = Ir \quad (1) \Rightarrow V = \underbrace{\varepsilon - Ir}_{0} \stackrel{(1)}{=} 0$$

۱۲۵ گزینه ۲

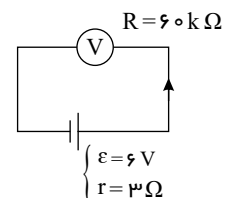
در حالت اول که فقط ولت‌سنج آرمانی به دو سر مولد متصل است، ولت‌سنج همان نیروی محرکه را نمایش می‌دهد و در حالت دوم داریم:

$$\begin{cases} \mathcal{E} = 12V \\ V = 9.6V \rightarrow V = \mathcal{E} - rI = \mathcal{E} - r\left(\frac{\mathcal{E}}{r+R}\right) = \frac{\mathcal{E}R}{r+R} \rightarrow 9.6 = \frac{12 \times 8}{r+8} \\ R = 8\Omega \end{cases}$$

$$\rightarrow 9.6r + 8 \times 9.6 = 8 \times 12 \rightarrow 9.6r = 8(12 - 9.6) \rightarrow \boxed{r = 2\Omega}$$

۱۲۶ گزینه ۲

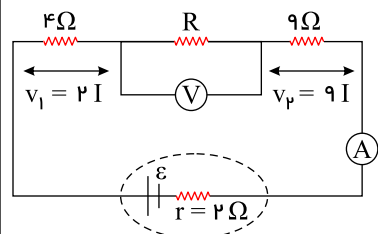
$$I = \frac{q}{t} = \frac{ne}{t} \rightarrow \begin{cases} n = \frac{It}{e} = \frac{6 \times 60}{60003 \times 1.6 \times 10^{-19}} \\ I = \frac{\mathcal{E}}{r+R} = \frac{6}{3+6000} = \frac{6}{60003} \end{cases}$$



$$\begin{cases} 1 \leq X < 5 \Rightarrow X = 10 = 1 \\ 5 \leq X < 10 \Rightarrow X = 10 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 \sim 10 \\ 60 = 6 \times 10 \sim 10^2 \\ 60003 = 6,0003 \times 10^4 = 10^1 \times 10^4 = 10^5 \Rightarrow n \\ 1.6 \sim 10^0 = 1 \end{cases}$$

$$\sim \frac{10 \times 10^2}{10^5 \times 1 \times 10^{-19}} = 10^{17}$$

۱۲۷ گزینه ۲



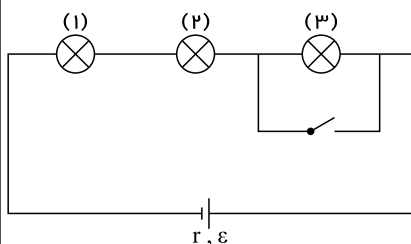
می‌دانیم که در اینجا نیروی محرکه، مجموع اختلاف پتانسیل دو سر مدار خارجی و افت پتانسیل در مولد را تامین می‌کند.
بنابراین داریم:

$$\mathcal{E} = rI + V_1 + V + V_p \rightarrow \mathcal{E} = rI + 4I + V + 9I \xrightarrow[V=12V]{I=0.8A}$$

$$\mathcal{E} = 2 \times 0.8 + 4 \times 0.8 + 12 + 9 \times 0.8 \rightarrow \mathcal{E} = 24V$$

۱۲۸ گزینه ۱ با بستن کلید، دو سر لامپ (۳) اتصال کوتاه شده، و از مدار حذف می‌شود. پس مقاومت معادل و اختلاف پتانسیل دو سر مولد کاهش می‌یابد ولی جریان

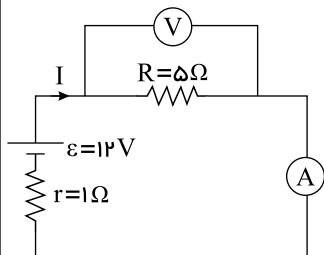
مدار و نور لامپ‌های (۱) و (۲) و اختلاف پتانسیل دو سر آنها افزایش می‌یابد.



پس عبارت‌های «الف» و «پ» صحیح هستند.

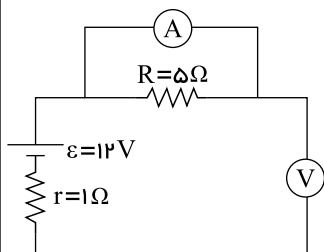
۱۲۹ گزینه ۱

در حالت اول:



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12}{5 + 1} \Rightarrow I = 2A$$

$$V = RI = 5 \times 2 \Rightarrow V = 10V$$

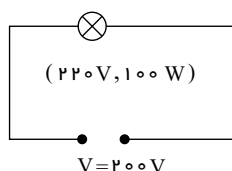


در حالت دوم، دو سر مقاومت 5Ω اتصال کوتاه شده و اختلاف پتانسیل دو سر آن صفر می‌شود. در این حالت ولت‌سنج نیروی محرکه مولد یعنی $V = 12V$ و آمپرسنج عدد صفر را نشان می‌دهد.

پس عددی که آمپرسنج در حالت دوم نشان می‌دهد، $2A$ کمتر از حالت اول و عددی که ولت‌سنج در حالت دوم نشان می‌دهد، $12V$ بیشتر از حالت اول است.

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R = 5\Omega$ نیز به اندازه $10V$ کاهش می‌یابد.

۱۳۰ گزینه ۲



مقاومت ثابت فرض شده است، پس توان با مجذور ولتاژ متناسب است، یعنی:

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow \frac{P_{\text{جدید}}}{P_{\text{اسمی}}} = \left(\frac{V_{\text{جدید}}}{V_{\text{اسمی}}}\right)^2 \rightarrow \frac{P}{100} = \left(\frac{200}{220}\right)^2 \rightarrow P = 100 \left(\frac{200}{220}\right)^2$$

$$\rightarrow P = 100 \times \frac{100}{121} \rightarrow W = Pt = \frac{10^4}{121} \times 11h = \frac{10}{121} kW \times 11h = \frac{10}{11} (kW \cdot h)$$

۱۳۱ گزینه ۱ ابتدا میزان انرژی مصرفی در یک روز را به دست می‌آوریم:

$$U = VIt = \frac{220 \times 10}{1000} \times 5 = 11kWh$$

بهای برق مصرفی در یک ماه برابر است با:

$$11 \times 30 \times 50 = 16500 \text{ تومان}$$

۱۳۲ گزینه ۱ ابتدا مقاومت مدار را در حالت فعلی محاسبه می‌کنیم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow R = \frac{1}{500 \times 10^{-3}} = 16\Omega$$

حال داریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow \frac{P_r}{P_1} = \frac{R_1}{R_r} \rightarrow \frac{160}{100} = \frac{16}{R_r} \Rightarrow R_r = 10\Omega$$

پس مقاومت باید 6Ω کاهش یابد.

۱۳۳ گزینه ۲

$$25kWh = 25 \times 1000 \times 3600 = 9 \times 10^7 J \times 10^{-6} = 90MJ$$

۱۳۴ گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

ولت . آمپر = وات $\Rightarrow P = VI$: گزینه «۱»

کولن
تانیه = آمپر
کولن . وات = وات $\rightarrow$ وات . آمپر = وات : گزینه «۲»

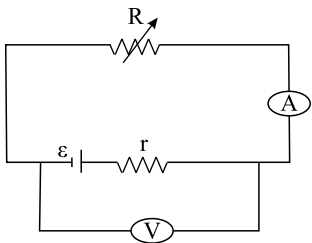
نیوتون . متر
تانیه = وات $\rightarrow$ وات = $\frac{W}{t}$: گزینه «۳»

کیلوگرم . متر
نیوتون = نیوتون
کیلوگرم . متر = وات $\rightarrow$ وات = $\frac{\text{نیوتون} \cdot \text{متر}}{\text{تانیه}}$: گزینه «۴»

۱۳۵ گزینه ۲

$$U = VIt \Rightarrow U = 200 \times 50 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-1} = 2 \times 10^6 J = 2 MJ$$

۱۳۶ گزینه ۴ گام اول:

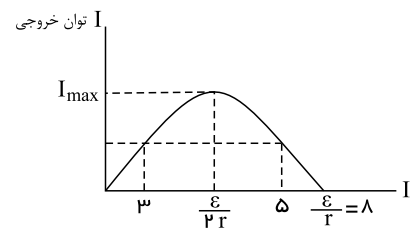


$$P = \varepsilon I - I^2 r \quad \left\{ \begin{array}{l} I_1 = 3A \rightarrow P_1 = 3\varepsilon - 9r \\ I_2 = 5A \rightarrow P_2 = 5\varepsilon - 25r \end{array} \right.$$

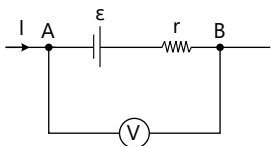
$$P_2 = P_1 \rightarrow 3\varepsilon - 9r = 5\varepsilon - 25r \rightarrow 16r$$

$$= 2\varepsilon \rightarrow \frac{\varepsilon}{r} = 8 = I_{max}$$

$$\text{با توجه به نمودار رسم شده} \rightarrow \frac{\varepsilon}{2r} = \frac{5+3}{2} = 4 \rightarrow \frac{\varepsilon}{r} = 8$$



گام دوم: هنگامی که ولت سنج ایده آل صفر را نشان می دهد:



$$\Rightarrow V_A + \varepsilon - rI = V_B \Rightarrow V_{BA} = \varepsilon - rI = 0 \rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r} \xrightarrow{(*)} I = 8A$$

۱۳۷ گزینه ۱ توان تولیدی مولد از رابطه $P = \varepsilon I$ محاسبه می شود. از طرفی می دانیم که جریان مدار از رابطه مقابل محاسبه می شود.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

بنابراین توان تولیدی این مولد از رابطه زیر به دست می آید.

$$P = \frac{\varepsilon^2}{R_{eq} + r}$$

در حالت اول، مقاومت‌های 3Ω و 6Ω موازی‌اند معادل آنها با مقاومت 4Ω متوالی است. بنابراین داریم:

$$R_{eq} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} + 4 \Rightarrow R_{eq1} = 6\Omega$$

و در حالت دوم، به جای مقاومت 3Ω مقاومت 12Ω قرار گرفته، بنابراین:

$$R_{eq} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} + 4 \Rightarrow R_{eq2} = 8\Omega$$

در ادامه داریم:

$$P = \frac{\varepsilon^2}{R_{eq} + r} \xrightarrow[r=4\Omega]{\varepsilon=5V} \begin{cases} P_1 = \frac{25}{6+4} = \frac{25}{10} W \\ P_2 = \frac{25}{8+4} = \frac{25}{12} W \end{cases} \Rightarrow |\Delta P| = \frac{25}{10} - \frac{25}{12} \Rightarrow |\Delta P| = \frac{5}{12} W$$

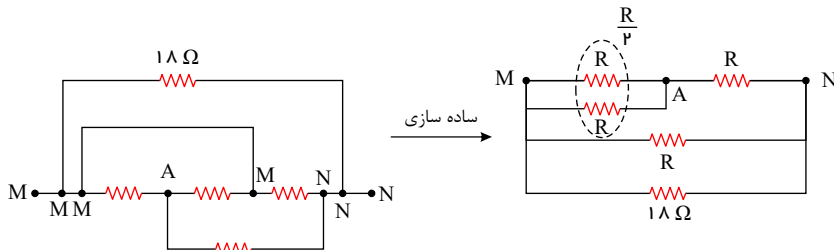
۱۳۸ گزینه ۲

$$P = \varepsilon I - rI^2 \rightarrow \begin{cases} 54 - 25r = 9.5 \\ \frac{74 - 49r}{\varepsilon = 2.15V, r = 0.05\Omega} = 12.6 \end{cases}$$

۱۳۹ گزینه ۲ توان خروجی یک باتری برابر است با:

$$P = VI = 6 \times 1.5 = 9W$$

۱۴۰ گزینه ۳ مدار را به صورت زیر مرتب کرده، سپس مقاومت معادل را بر حسب R نوشته و مقدار R را به دست می‌آوریم.



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{\frac{R}{2} + R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{\frac{R}{2}} + \frac{1}{R} + \frac{1}{18} \Rightarrow R = 6\Omega$$

۱۴۱ گزینه ۳ اگر کلید بالایی بسته شود:

$$P_1 = \frac{V^2}{R_1} = \frac{V^2}{288} \quad (1)$$

اگر کلید پایینی فقط بسته شود:

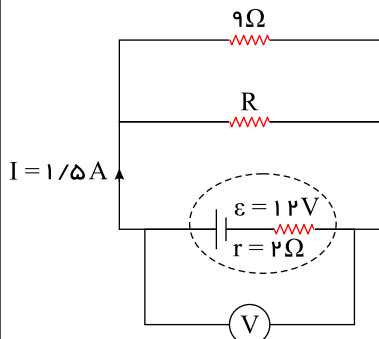
$$P_2 = \frac{V^2}{R_2} = \frac{V^2}{144} \quad (2)$$

اگر هر دو کلید بسته شوند:

$$\begin{cases} P_3 = \frac{V^2}{R_{eq}} = \frac{V^2}{96} \quad (3) \\ R_{eq} = \frac{288 \times 144}{288 + 144} = \frac{2 \times 144 \times 144}{2 \times 144 + 144} = \frac{2 \times 144 \times 144}{3 \times 144} = 96 \end{cases}$$

$$(1), (2), (3) \rightarrow P_1 < P_2 < P_3 \rightarrow \frac{P_3}{P_1} = \frac{\frac{V^2}{96}}{\frac{V^2}{288}} = \frac{288}{96} = 3$$

۱۴۲ گزینه ۱



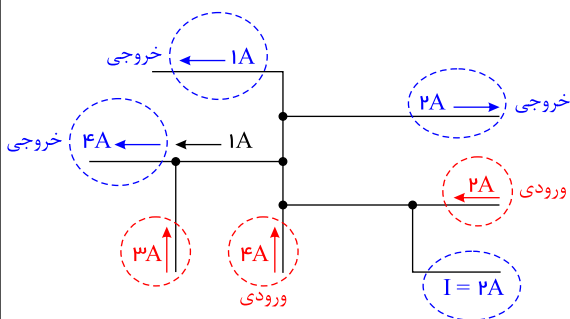
می‌دانیم که در این مدار، توان خروجی (مفید) مولد با مجموع توان مصرفی مقاومت‌های 9Ω و R برابر است. از طرفی با توجه به موازی بودن مقاومت‌ها با مولد، اختلاف پتانسیل دو سر مولد با اختلاف پتانسیل دو سر هریک از مقاومت‌ها یکسان است؛ بنابراین داریم:

$$P_{R=9\Omega} = \frac{V^2}{R} = \frac{(9)^2}{9} \rightarrow P_{R=9\Omega} = 9W$$

$$P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - rI^2 = 12 \times 1.5 - 2 \times (1.5)^2 \rightarrow P_{\text{خروجی}} = 13.5W$$

$$P_{\text{خروجی}} = P_{R=9} + P_R \rightarrow 13.5 = 9 + P_R \rightarrow P_R = 4.5W$$

۱۴۳ گزینه ۱



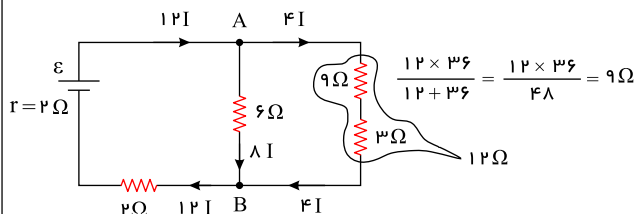
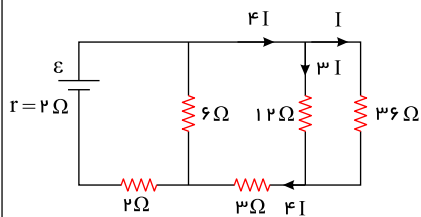
با توجه به قانون گره، جمع جبری جریان‌ها در هر گره صفر است، بنابراین جمع جریان‌های ورودی و خروجی هم‌اندازه هستند. بنابراین با توجه به شکل کل مجموعه داریم:

$$\begin{aligned} \text{جمع جریان‌های ورودی} &= 2 + 4 + 3 = 9A \\ \text{و خروجی است } I &= 2A \Rightarrow \text{جمع جریان‌های خروجی} = 4 + 1 + 2 = 7A \end{aligned}$$

۱۴۴ گزینه ۴

جریان عبوری از مقاومت ۳۶Ω را I می‌نامیم.

جریان عبوری از هر شاخه با مقاومت آن شاخه رابطه عکس دارد (نسبت به شاخه‌های موازی با آن شاخه).



توان هر مقاومت را از رابطه $P = RI^2$ محاسبه و با هم مقایسه می‌کنیم:

$$۲\Omega \rightarrow ۲ \times (۱۲I)^2 = ۲۸۸I^2$$

$$۶\Omega \rightarrow ۶ \times (۸I)^2 = ۳۸۴I^2 \rightarrow \text{بالاترین توان}$$

$$۱۲\Omega \rightarrow ۱۲ \times (۳I)^2 = ۱۰۸I^2$$

$$۳۶\Omega \rightarrow ۳۶ \times (I)^2 = ۳۶I^2$$

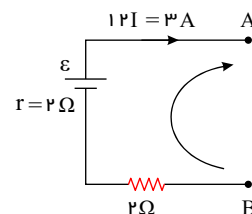
$$۳\Omega \rightarrow ۳ \times (۴I)^2 = ۴۸I^2$$

طبق فرض مسئله ولتاژ مقاومت ۶Ω می‌باید برابر ۱۲ ولت باشد. در ادامه جریان عبوری از مقاومت ۶Ω ، سپس مقدار I را محاسبه کرده و در نهایت، اگر مطابق شکل از B به A برویم، نیروی محرکه مولد را به دست می‌آوریم.

$$V = RI' \rightarrow ۱۲ = ۶I' \rightarrow I' = ۲A \rightarrow ۸I = ۲ \rightarrow I = \frac{1}{4} = ۰,۲۵A$$

$$V_B - ۲ \times ۳ - ۲ \times ۳ + \varepsilon = V_A \rightarrow V_A - V_B = \varepsilon - ۱۲ = ۱۲V$$

$$\rightarrow \varepsilon = ۲۴V$$



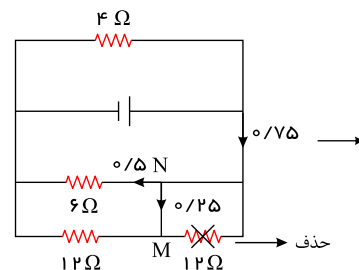
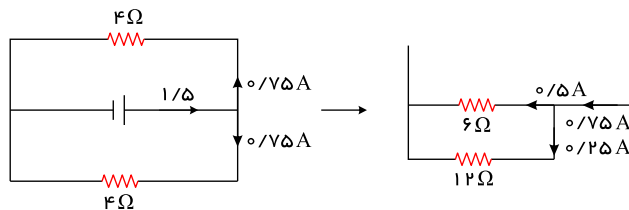
۱۴۵ گزینه ۱ با توجه به اینکه مقاومت ۱۲Ω اتصال کوتاه می‌شود، مقاومت معادل مدار و پس از آن جریان کل مدار را محاسبه می‌کنیم. یعنی:

$$R_{eq} = (6 \parallel 12) \parallel 4 = 2 \Omega$$

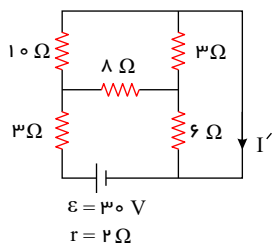
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{6}{4} = 1,5$$

$$1,5 \div 2 = 0,75$$

$$0,75 \times \frac{6}{18} = 0,25 A$$

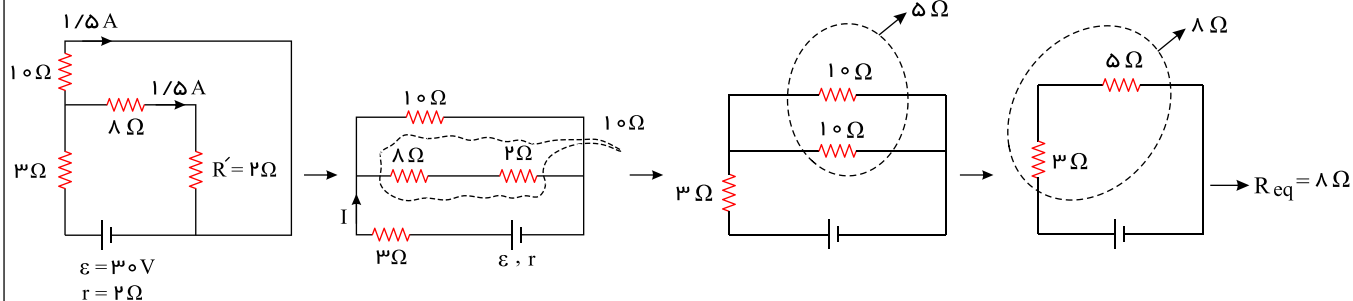


۱۴۶ گزینه ۳



مقاومت 3Ω با مقاومت 6Ω موازی است: $R' = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2 \Omega$

مدار ساده شده به صورت زیر است:



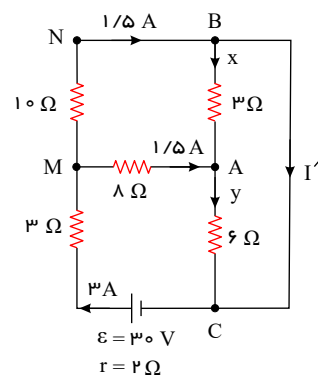
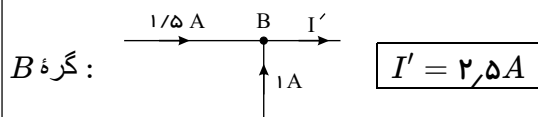
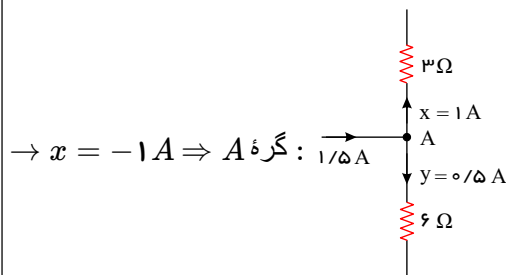
$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_{eq}} = \frac{30}{2 + 8} = 3 A$$

حال اگر مرحله به مرحله، جریان $3 A$ را در شاخه ها تقسیم کنیم، داریم:

$$V_{AB} = V_{AC} \rightarrow 3I_1 = 6I_2 \rightarrow \begin{cases} I_1 = 2I_2 \\ I_2 = x, I_1 = 2x \end{cases}$$

حلقه AMNBA: $V_A + 8 \times 1.5 - 10 \times 1.5 - 3x = V_A$

$$\rightarrow 12 - 15 - 3x = 0$$

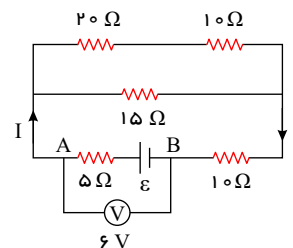


۱۴۷ گزینه ۴ روش اول: مدار معادل به شکل زیر است:

$$R_{eq} = \frac{30 \times 15}{30 + 15} = \frac{450}{45} = 10$$

$$\rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} \rightarrow V_{AB} = \frac{V_{AB} = \varepsilon - \Delta I}{25}$$

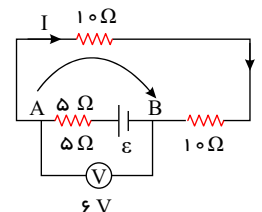
$$\rightarrow 6 = \varepsilon - 5\left(\frac{\varepsilon}{25}\right) = \varepsilon - \frac{\varepsilon}{5} = \frac{4}{5}\varepsilon \rightarrow \varepsilon = \frac{30}{4} = 7.5V$$



روش دوم:

$$V_A = -10I - 10I = V_B \rightarrow V_{AB} = 20I \rightarrow 6 = 20I \rightarrow I = 0.3A$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \rightarrow \frac{3}{10} = \frac{\varepsilon}{25} \rightarrow \varepsilon = \frac{75}{10} = 7.5V$$



۱۴۸ گزینه ۱

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(10^5)(2 \times 10^6)}{10^5 + (2 \times 10^6)} = \frac{2 \times 10^{11}}{10^5(21)} = \frac{2 \times 10^6}{21}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{20}{0 + \frac{2 \times 10^6}{21}} = 21 \times 10^{-5} A = 0.21 mA$$

روش دوم: چون مقاومت R_2 در مقایسه با مقاومت R_1 نسبتاً بزرگ است، پس وقتی موازی بسته می‌شوند، میتوان از آن صرف نظر کرد. حال با یک تقریب خوب

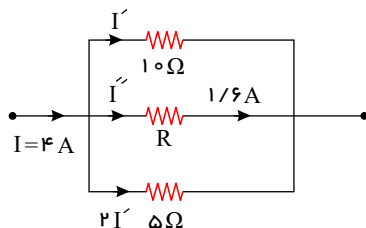
داریم:

$$R_2 \rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_1} = \frac{20}{100000} = \frac{20}{10000} A = 0.2 A$$

که در این صورت گزینه ۱ تنها گزینه صحیح می تواند باشد.

۱۴۹ گزینه ۳

بدیهی است جریان عبوری از مقاومت 10Ω نصف جریان عبوری از مقاومت 5Ω است:



$$I = 4 A = 3I' + 1/6 \Rightarrow 3I' = 23/6 A \Rightarrow I' = 0.8 A$$

$$V_R = V_{R=10\Omega} = 10\Omega \times 0.8 = 8V \Rightarrow P = V_R \times I'' = 8 \times 1/6 \Rightarrow U = Pt = 12.8 \times 25 \times 60 = 19200 J$$

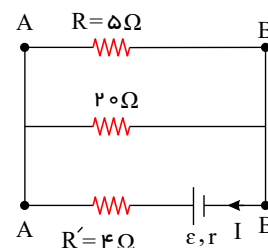
$$= 19.2 kJ \Rightarrow U = 19.2 kJ$$

دیدیم نیازی به محاسبه R نبود. (هرچند به سهولت قابل محاسبه بود!)

۱۵۰ گزینه ۳

$$\text{کلید از بستن قبل} \Rightarrow R_{eq} = 4 + 5 = 9\Omega \Rightarrow I_{\text{اصلی}} = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{18}{1 + 9} = 1.8 A$$

$$\Delta V_{(R=5\Omega)} = 5 \times 1.8 = 9V \quad (1)$$



$$\text{کلید با بستن} \Rightarrow R_{eq} = 4 + \frac{20 \times 5}{20 + 5} = 4 + \frac{100}{25} = 8\Omega \Rightarrow I'_{\text{اصلی}} = \frac{18}{1 + 8} = \frac{18}{9} = 2 A$$

$$\Delta V'_{(R=5\Omega)} = \Delta V_{AB} = \varepsilon - (r + R')I' = 18 - (1 + 4)(2) \rightarrow \Delta V' = 8V \quad (2)$$

تغییر می یابد به $9V \rightarrow 8V$ ولت کاهش یافته است. (۱) و (۲)

۱۵۱ گزینه ۳

توان خروجی باتری، همان توان مصرفی مقاومت معادل مدار است. بنابراین در هر حالت داریم:

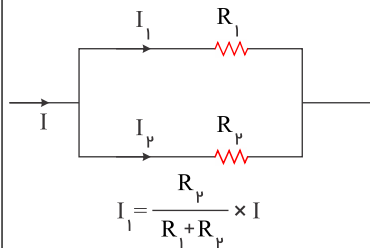
$$\text{حالت اول} \Rightarrow \begin{array}{c} \varepsilon, r \\ \downarrow \\ R = 25\Omega \end{array} \Rightarrow I = 2 A \Rightarrow P_1 = \text{توان مصرفی} = P = RI^2 = 25 \times 2^2 = 100 W$$

$$\Rightarrow P_1 = 100 W \quad (1)$$

در حالت دوم که دو مقاومت 10Ω , 25Ω موازی بسته شده اند، جریان کل مدار را به صورت زیر می یابیم:

حالت دوم $\Rightarrow$

$$1,92 = \left(\frac{100}{125}\right)I' \Rightarrow I' = \frac{5}{4} \times 1,92 \Rightarrow I' = 2,4A$$



توان مصرفی R_{eq} توان خروجی باتری

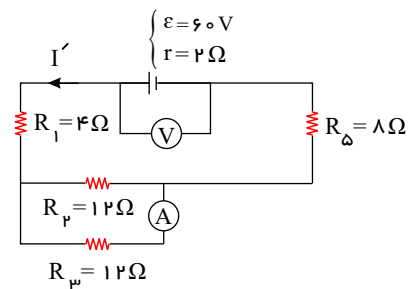
$$\begin{cases} \frac{P_r}{P} = \frac{R_{eq}}{R} = (20)(2,4)^2 = 115,2 \Rightarrow P_r = 115,2W \quad (2) \\ R_{eq} = \frac{25 \times 100}{25 + 100} = \frac{25 \times 100}{125} = \frac{100}{5} = 20\Omega \end{cases}$$

(1) و (2) $\Rightarrow \Delta P = 115,2 - 100 = 15,2W \Rightarrow \Delta P = 15,2W$

۱۵۲ گزینه ۱ چون مقاومت آمپرسنج ایده آل ناچیز است، مقاومت R_4 اتصال کوتاه شده و حذف می گردد:

$$\Rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{60}{2 + (4 + \frac{12}{2} + 8)} \Rightarrow I' = 3A \rightarrow \text{عدد آمپرسنج} = 1,5A$$

عدد ولتسنج $= \varepsilon - rI = 60 - 2 \times 3 = 54V$



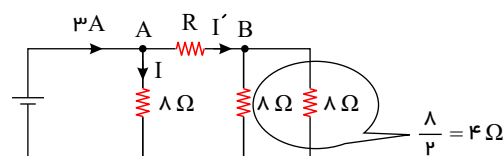
۱۵۳ گزینه ۴

$\Rightarrow V_B - 4I' + 8I = V_A \Rightarrow V_A - V_B = V_{AB} = 12$

از طرفی $\begin{cases} I + I' = 3A \\ 2I - I' = 3A \end{cases}$

$3I = 6A \Rightarrow I = 2A$ و $I' = 1A$

$V_{AB} = RI' \Rightarrow 12 = R \times 1 \Rightarrow R = 12\Omega$



۱۵۴ گزینه ۴ می دانیم توان خروجی باتری از رابطه: $P = \varepsilon I - rI^2$ محاسبه می شود که برابر با توان مصرفی مقاومت های خارجی مدار یعنی:

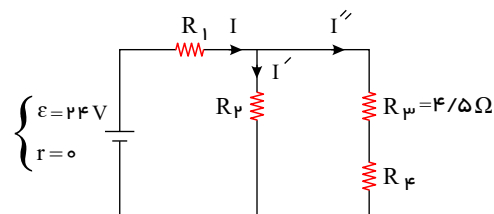
$$P_{R_{eq}} = R_{eq}I^2 = \frac{V^2}{R_{eq}} \quad (\text{در صورتی که یک باتری داشته باشیم}).$$

$$V = \varepsilon \begin{cases} P_1 = \frac{V^2}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon^2}{4} \text{ و } R_{eq} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4\Omega \\ P_2 = \frac{V^2}{R'_{eq}} = \frac{\varepsilon^2}{12} \text{ و } R'_{eq} = 12\Omega \end{cases}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{\varepsilon^2}{12}}{\frac{\varepsilon^2}{4}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{3}$$

۱۵۵ گزینه ۱ اگر جریان کل مدار را I و جریان عبوری از مقاومت R_2 را I' و جریان عبوری از مقاومت R_3 را I'' بنامیم:

$$P_{R_2} = P_{R_3} \Rightarrow R_2 I'^2 = R_3 I''^2 \Rightarrow R_2 = R_3 = 4.5\Omega \quad (1)$$



$$\begin{cases} P_{R_2} = P_{R_3} \Rightarrow \frac{V_{R_2}^2}{R_2} = \frac{V_{R_3}^2}{R_3} \xrightarrow{(*)} \frac{4}{R_2} = \frac{1}{4.5} \Rightarrow R_2 = 1.8\Omega \quad (2) \\ V_{R_2} = V_{R_3} + V_{R_4} = 2V_{R_3} \quad (*) \end{cases}$$

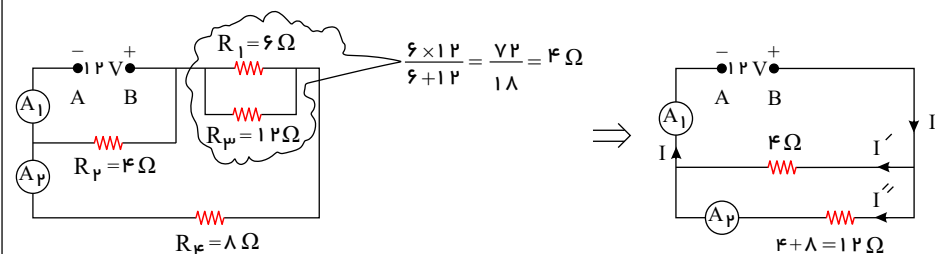
$$R_2 = 2R_3 \Rightarrow \begin{cases} I'' = 2I' \Rightarrow P_{R_1} = P_{R_2} \Rightarrow R_1 I^2 = R_2 (I'')^2 \Rightarrow R_1 \left(\frac{3}{2} I'\right)^2 = 4.5 I'^2 \Rightarrow \frac{9}{4} R_1 = 4.5 \\ I = I' + I'' = \frac{3}{2} I' \end{cases}$$

$$\Rightarrow R_1 = 2\Omega \quad (3)$$

$$(1) \text{ و } (2) \text{ و } (3) \Rightarrow R_{eq} = 2 + \frac{9 \times 1.8}{9 + 1.8} = 2 + \frac{9 \times 1.8}{27} = 2\Omega \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{24}{0 + 2} = 12A$$

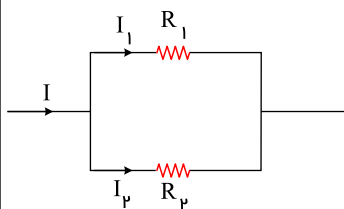
$$\Rightarrow I' = \left(\frac{R_3}{R_3 + R_4}\right) I = \left(\frac{9}{9 + 1.8}\right) \times 12 = 1A$$

۱۵۶ گزینه ۳ کافی است کمی مقاومت R_3 را جابه‌جا کنیم:



$$I = \frac{V_{AB}}{R_{eq}} = \frac{12}{\frac{4 \times 12}{4 + 12}} = \frac{12}{3} = 4A$$

تذکر: در تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی می‌توان به صورت زیر عمل کرد.

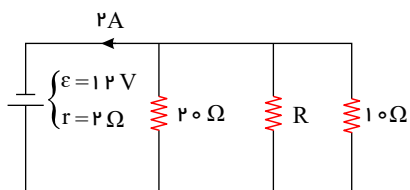


$$\begin{cases} I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \\ I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I \end{cases}$$

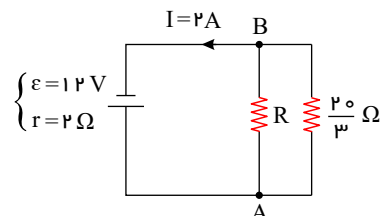
$$I'' = \left(\frac{2}{4 + 12} \right) \times 4 = 1A$$

۱۵۷ گزینه ۴

معادل ۲ مقاومت 1Ω و 2Ω را R' می‌نامیم. بنابراین داریم:



$$R' = \frac{2 \times 1}{2 + 1} = \frac{2}{3} \Omega$$



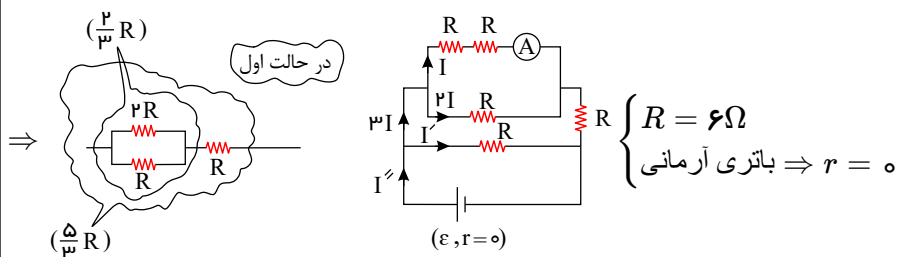
$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \Rightarrow 2 = \frac{12}{2 + R_{eq}} \Rightarrow R_{eq} = 4\Omega \Rightarrow R_{eq} = 2 = \frac{R \times \frac{2}{3}}{R + \frac{2}{3}} \Rightarrow 4R + \frac{4}{3} = \frac{2}{3}R \Rightarrow \frac{2}{3}R - 4R = -\frac{4}{3}$$

$$= \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{4R}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow R = 1\Omega$$

$$V_{AB} = \Delta V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI = 12 - 2 \times 2 = 8V \Rightarrow P_R = \frac{V_{AB}^2}{R} = \frac{8^2}{1} = 64W$$

$$U_R = P_R \times \Delta t = 64 \times 60 = 384J \Rightarrow U_R = 384J \rightarrow P = RI^2t = 1 \times (2/3)^2 \times 60 = 384J$$

۱۵۸ گزینه ۲ در حالت اول:



$$\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} 3I &= \left(\frac{R}{R + \frac{5}{3}R} \right) I'' = \left(\frac{3}{8} \right) \left(\frac{1}{5} \frac{\varepsilon}{R} \right) = \frac{3}{5} \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{30} \\ R_{eq} &= \frac{\frac{5}{3}R \times R}{\frac{5}{3}R + R} = \frac{\frac{5}{3}R^2}{\frac{8}{3}R} = \frac{5}{8}R \Rightarrow I'' = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{\frac{5}{8}R} = \frac{8\varepsilon}{5R} \end{aligned} \right.$$

در حالت دوم:

$$\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} 4I'' &= \frac{\varepsilon}{r + R'_{eq}} = \frac{\varepsilon}{R'_{eq}} = \frac{2\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon}{3} \\ R'_{eq} &= \frac{R}{2} \end{aligned} \right.$$

$$4I'' = \frac{\varepsilon}{3} \Rightarrow I'' = \frac{\varepsilon}{12} \Rightarrow \frac{I''}{I} = \frac{\frac{\varepsilon}{12}}{\frac{\varepsilon}{30}} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2}$$

۱۵۹ گزینه ۳ در ابتدا جریان کل مدار را محاسبه می‌کنیم، سپس مرحله به مرحله به صورت زیر عمل می‌کنیم.

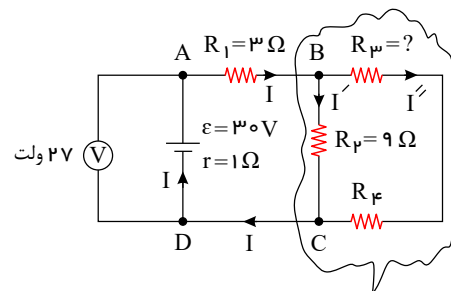
$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow 27 = 30 - 1 \times I \Rightarrow I = 3A$$

$$V_{AD} = V_1 + V_{BC} \rightarrow 27 = 3 \times 3 + 9I' \rightarrow I' = 2A$$

$$I + I' + I'' \rightarrow 3 = 2 + I'' \rightarrow I'' = 1A$$

$$P_f = R_f I'^2 \rightarrow 6 = R_f (1)^2 \rightarrow R_f = 6\Omega$$

$$V_{BC} = V_3 + V_f \rightarrow 18 = R_3 \times 1 + 6 \times 1 \rightarrow R_3 = 12\Omega$$



$$R_{eq} = R_1 + R' \rightarrow 9 = 3 + R' \rightarrow R' = 6\Omega$$

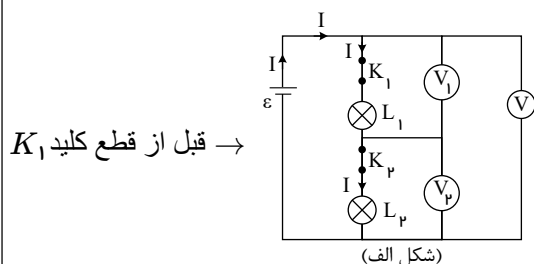
روش دوم: ابتدا اختلاف پتانسیل دو سر مولد که همان اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌های موازی است را می‌یابیم:

$$V = \varepsilon - rI = 12 - 2 \times 2 \rightarrow V = 8V$$

حال اگر جریان عبوری از هر یک از مقاومت‌های ۱Ω و ۲Ω را محاسبه می‌کنیم:

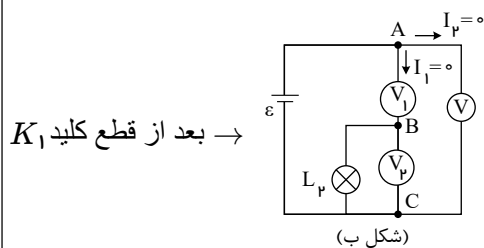
$$I = \frac{V}{R} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} I_1 &= \frac{8}{1} = \frac{8}{1} \\ I_2 &= \frac{8}{2} = \frac{4}{1} \end{aligned} \right. \xrightarrow{I_{کل}=2A} \left\{ \begin{aligned} R \text{ از } I_1 & \\ I_2 &= 2 - 1/2 = 0.5/1 \end{aligned} \right. \rightarrow R = 10\Omega$$

۱۶۰ گزینه ۲ نکته: می‌دانیم از ولت‌سنج‌های آرمانی جریانی عبور نمی‌کند. پس مسیر جریان در ابتدا به شکل زیر است (شکل الف).



→ قبل از قطع کلید K1

در شکل (ب) لامپ L1 با قطع کلید K1 از مدار حذف می‌گردد، در مورد جریان هم دقت کنیم، جریان اصلی و تمام شاخه‌ها صفر است.



ولتسنج V :

$$V_{AC} = ?$$

$$\overset{A}{\curvearrowright} \Rightarrow V_C + \varepsilon = V_A \Rightarrow V_{AC} = \varepsilon \neq 0 \Rightarrow V \neq 0$$

ولتسنج V_1 :

$$V_{AB} = ?$$

$$\overset{A}{\curvearrowright} \Rightarrow V_B - R_p \cdot I_p + \varepsilon = V_A \Rightarrow V_{AB} = V_1 \neq 0$$

ولتسنج V_2 :

$$V_{BC} = ?$$

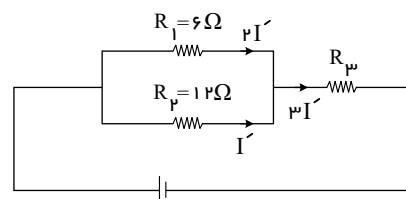
$$\overset{B}{\curvearrowright} \Rightarrow V_B - R_p \cdot I_p = V_C \Rightarrow V_{BC} = V_2 = 0$$

نکته مهم: هرگاه جریان عبوری از مقاومت R صفر باشد آن مقاومت مثل یک سیم رسانای بدون مقاومت عمل می‌کند!

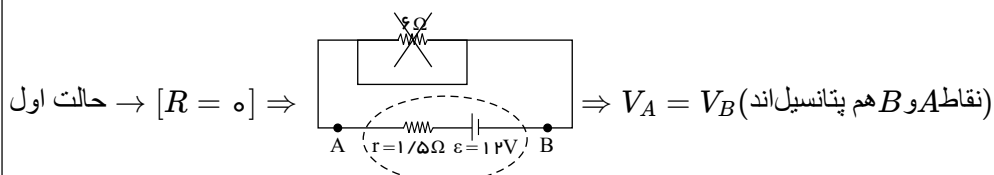
۱۶۱ گزینه ۳ گام اول: جریان (جریان کمتر) گذرنده از R_p را، I' نام گذاری می‌کنیم. آنگاه:

$$\begin{cases} R_p \rightarrow I' \\ R_1 = \frac{1}{2} R_p \Rightarrow I_1 = 2I' = 2I' \\ R_3 \Rightarrow I_3 = I_1 + I_2 = 3I' \end{cases}$$

$$P_{R_p} = 6P_{R_p} \Rightarrow R_3 I_3^2 = 6R_p I'^2 \Rightarrow R_3 (3I')^2 = 6 \times 12 \times I'^2 \Rightarrow R_3 = 8\Omega$$



۱۶۲ گزینه ۴ در حالت اول که مقاومت متغیر صفر است، دو سر مولد اتصال کوتاه شده و اختلاف پتانسیل دو سر آن صفر است. یعنی:



$$\Rightarrow \Delta V_{\text{باتری}} = V_A - V_B = 0 \quad (1)$$

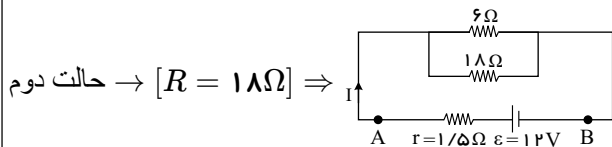
$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{12}{1.5} = 8A \Rightarrow \Delta V_{AB} = \varepsilon - rI = 12 - 1.5 \times 8 = 0$$

در حالت دوم، ابتدا مقاومت معادل، سپس جریان تولیدی توسط مولد و در نهایت اختلاف پتانسیل دو سر مولد را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{eq} = \frac{6 \times 18}{6 + 18} = 4.5 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{4.5 + 1.5} = 2 A$$

$$V = \varepsilon - rI = 12 - 1.5 \times 2 \rightarrow V = 9 V$$



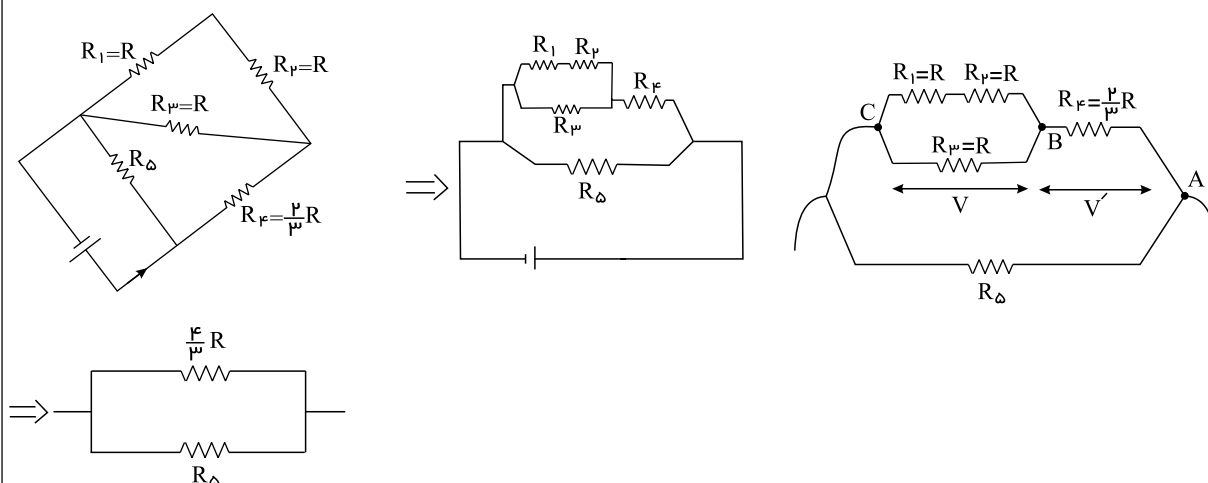
روش دیگر:

$$V'_{AB} = \varepsilon - rI = \varepsilon - r \left(\frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \right) = \frac{\varepsilon r + \varepsilon R_{eq} - r\varepsilon}{r + R_{eq}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V'_{AB} = \frac{\varepsilon R_{eq}}{r + R_{eq}} = \frac{12 \times 4.5}{1.5 + 4.5} = \frac{54}{6} = 9 V \Rightarrow V'_{AB} = 9 V \quad (2) \\ R_{eq} = \frac{6 \times 18}{6 + 18} = \frac{6 \times 18}{24} = 4.5 \Omega \end{cases}$$

از صفر به 9V افزایش می‌یابد. $\Rightarrow (1), (2)$

۱۶۳ گزینه ۳



$$(R_{eq})_{BC} = \frac{2R \times R}{2R + R} = \frac{2}{3} R \text{ است و } \frac{2}{3} R \text{ برابر } A \text{ و } B$$

مقاومت بین C و B هم $\frac{2}{3} R$ است و چون متوالی هستند و جریان‌ها نیز برابرند، بنابراین:

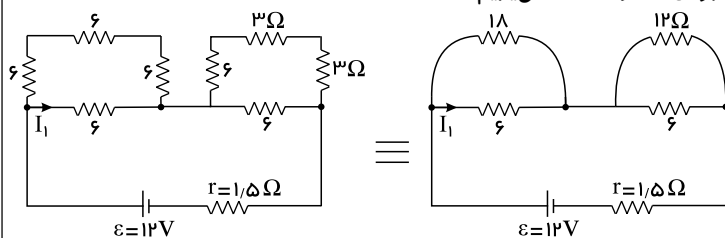
$$V = V' \Rightarrow V_{R_5} = 2V_{R_6} \xrightarrow{V_{R_6}=V} V_{R_5} = 2V$$

$$\begin{cases} P_{R_6} = \frac{1}{3} P_{R_5} \Rightarrow \frac{V^2}{R_6} = \frac{1}{3} \left(\frac{4V^2}{R_5} \right) \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{4}{3R_5} \Rightarrow R_5 = \frac{4}{3} R \\ V_{R_6} = \Delta V_{BC} = V \\ V_{R_5} = 2V \end{cases}$$

$$R_{eq} = ? \Rightarrow \text{Circuit diagram} \rightarrow R_{eq} = \frac{\frac{4}{3} R}{2} = \frac{2}{3} R \rightarrow R_{eq} = \frac{2}{3} R$$

۱۶۴ گزینه ۳

ابتدا مدار را به صورت زیر مرتب می‌کنیم. سپس جریان کل و بعد از آن جریان عبوری از هر شاخه را می‌یابیم.



$$R_{eq} = \frac{6 \times 18}{6 + 18} + \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4.5 + 4 = 8.5 \Omega$$

$$I_t = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{8.5 + 1.5} = 1.2 A \rightarrow I_t = 1.2 A$$

میدانیم که در اتصال موازی دو مقاومت R_1 و R_2 داریم:

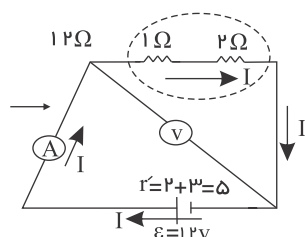
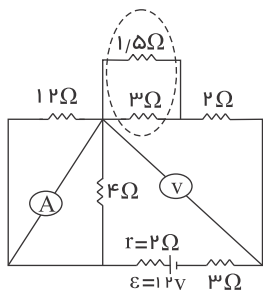
$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_t \text{ و } I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_t$$

$$\rightarrow I_1 = \left(\frac{18}{6 + 18} \right) I_t = \left(\frac{3}{4} \right) (1.2) = 0.9 A$$

۱۶۵ گزینه ۳

چون آمپرسنج آرمانی است، دارای مقاومت الکتریکی بسیار ناچیز (تقریباً صفر) است، پس

مقاومت‌های 12Ω و 4Ω اتصال کوتاه می‌شوند و داریم:



حال که مدار ساده‌تر شد، بدیهی است که ولت‌سنج، ولتاژ دو سر مولد جدید را (با مقاومت درونی جدید) و آمپرسنج، جریان کل مدار را نمایش می‌دهد. بنابراین داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r'} = \frac{12}{3 + 5} \rightarrow I = 1.5 A$$

$$V = \varepsilon - r' I = 12 - 5 \times 1.5 \rightarrow V = 4.5 V$$

۱۶۶ گزینه ۲

در ابتدا با توجه به تقسیم جریان دو گره A ، می‌دانیم که $I' = 3A$ است. زیرا:

$$4 = I' + 1 \rightarrow I' = 3A$$

از طرفی می‌دانیم که:

$$V_{AB} = V_{AC} - V_{CB} \xrightarrow{V=RI} 6 \times 3 = 9 \times 1 + 90 \times I_3 \rightarrow I_3 = 0.1$$

در گره C داریم:

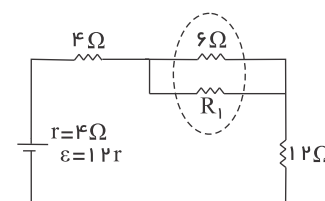
$$1 = I_2 + I_3 \xrightarrow{I_3=0.1} I_2 = 0.9A$$

و در نهایت داریم:

$$P_{R_2} = V_{CB} \times I_2 \xrightarrow{V_{CB}=90 \times 0.1=9V} \xrightarrow{I_2=0.9}$$

$$P_{R_2} = 9 \times 0.9 \rightarrow P_{R_2} = 8.1W$$

۱۶۷ گزینه ۳ در حالتی که کلید باز است، داریم:

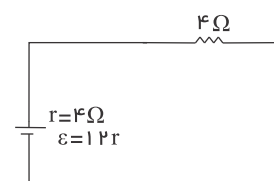


$$R' = \frac{6R_1}{6 + R_1}$$

$$R_{eq} = 16 + R'$$

$$V_{\text{دو سر مولد}} = \frac{R_{eq} + \varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{(16 + R') \times 12}{20 + R'}$$

در حالتی که کلید بسته شود کل مقاومت‌های R' و 12Ω ، اتصال کوتاه می‌شوند و مدار به صورت زیر خواهد بود. در این صورت ولتاژ دو سر مولد (v') برابر است با:



$$V' = \frac{R_{eq} + \varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{4 \times 12}{4 + 4} = v' = 6v$$

از طرفی طبق صورت سوال که با بستن کلید، ولتاژ دو سر باتری ۴۰ درصد کاهش می‌یابد، پس فقط ۶۰ درصد ولتاژ آن برابر v' است یعنی:

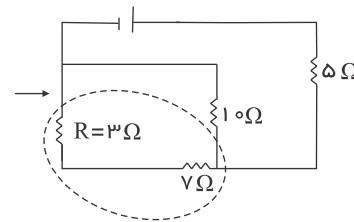
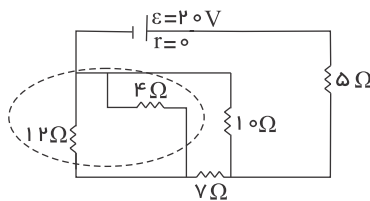
$$v' = 0.6v \xrightarrow{v'=6v} 6 = 0.6v \rightarrow V = 10v \xrightarrow{(1)} \frac{(16 + R') \times 12}{20 + R'} = 10 \rightarrow R' = 4\Omega$$

و در نهایت داریم:

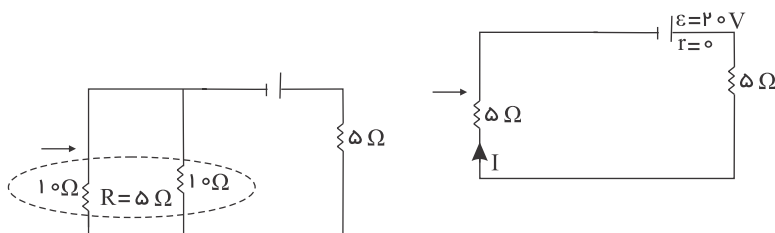
$$R' = \frac{6R_1}{6 + R_1} \xrightarrow{R'=4} 4 = \frac{6R_1}{6 + R_1} \rightarrow R_1 = 12\Omega$$

۱۶۸ گزینه ۲

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{20}{1000} \rightarrow I = 2A$$



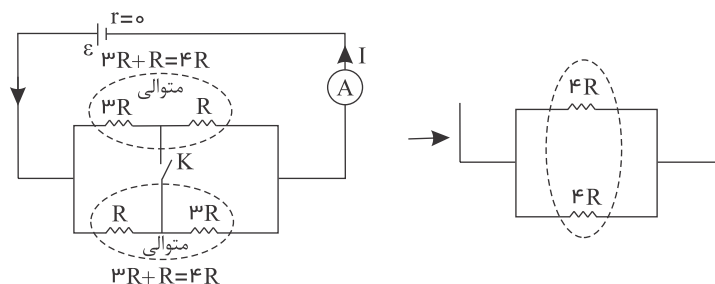
حال قدم به قدم برمی گردیم.



$$\begin{cases} I' + I'' = 1 \\ I' = 3I'' \end{cases} \rightarrow I' = \frac{3}{4}A$$

۱۶۹ گزینه ۴

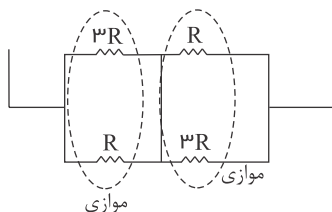
در حالتی که کلید باز است:



$$R_{eq} = \frac{4R}{2} = 2R$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{r=0} 1,2 = \frac{\varepsilon}{2R} \rightarrow \varepsilon = 2,4R$$

در حالتی که کلید بسته است:

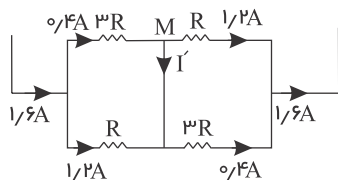


$$R_{eq} = \frac{3}{4}R + \frac{3}{4}R \rightarrow R_{eq} = \frac{3}{2}R$$

$$\frac{3R \times R}{4R} = \frac{3}{4}R \quad \frac{R \times 3R}{4R} = \frac{3}{4}R$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{2,4R}{\frac{3}{2}R} \rightarrow I' = 1,6A$$

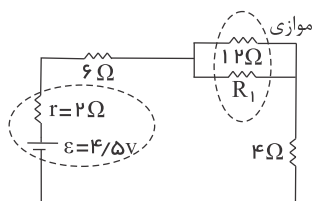
با تقسیم جریان بین دو مقاومت $3R$ و R و قانون گره داریم:



$$0.4 + I' = 1.2 \rightarrow I' = 0.8A$$

۱۷۰ گزینه ۳

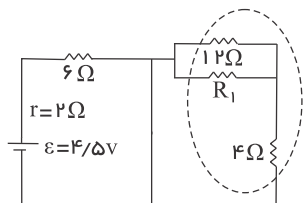
هنگامی که کلید باز است، داریم:



$$R_{eq} = 6 + 4 + R' = 10 + \frac{12R_1}{12 + R_1}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{4/5}{10 + \frac{12R_1}{12 + R_1} + 2} = \frac{4/5}{\frac{12R_1}{12 + R_1} + 12}$$

$$V_{R=6\Omega} = 6I = \frac{6 \times 4/5}{\frac{12R_1}{12 + R_1} + 12}$$



در حالت دوم که کلید بسته است، سمت راست مدار به طور کلی اتصال کوتاه شده و داریم:

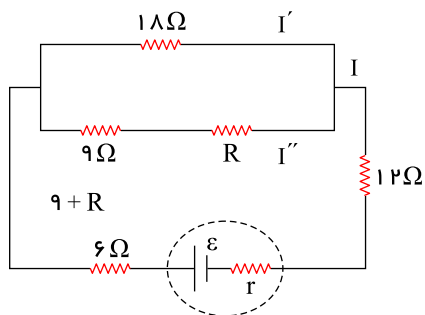
$$I = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{4/5}{6 + 2} = \frac{4/5}{8}$$

$$V'_{R=6\Omega} = 6I' = \frac{6 \times 1/5}{8} = \frac{13/5}{4}$$

از طرفی طبق فرض سؤال داریم:

$$V_{R=6\Omega} = 2V'_{R=6\Omega} = \frac{13/5}{4} = 2 \times \frac{6 \times 4/5}{\frac{12R_1}{12 + R_1} + 12} \rightarrow 15 = \frac{12R_1}{12 + R_1 + 12} \rightarrow R_1 = 6\Omega$$

۱۷۱ گزینه ۲



در ابتدا با توجه به اینکه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های 18Ω و 12Ω برابرند، رابطه بین جریان‌های آنها را می‌یابیم.

$$V_{18} = V_{12} \xrightarrow{V=RI} 18I' = 12I \rightarrow I' = \frac{2}{3}I$$

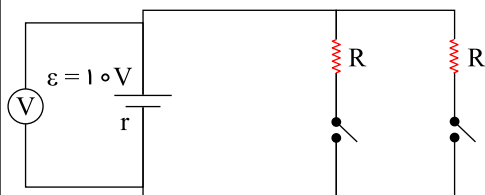
از طرفی با توجه به گره A داریم:

$$I' + I'' = I \rightarrow \frac{2}{3}I + I'' = I \rightarrow I'' = \frac{1}{3}I$$

در آخر، با توجه به موازی بودن مقاومت‌ها در شاخه‌های داده‌شده داریم:

$$18I' = (9 + R)I'' \rightarrow 18 \times \frac{2}{3}I = (9 + R)\frac{1}{3}I \rightarrow R = 27\Omega$$

۱۷۲ گزینه ۳ می‌دانیم که در اینجا، ولت‌سنج آرمانی، اختلاف پتانسیل دو سر مولد یعنی همان اختلاف پتانسیل دو سر مدار خارجی را نشان می‌دهد، بنابراین داریم:



$$V = R_{eq}I \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}} V = \frac{R_{eq}\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

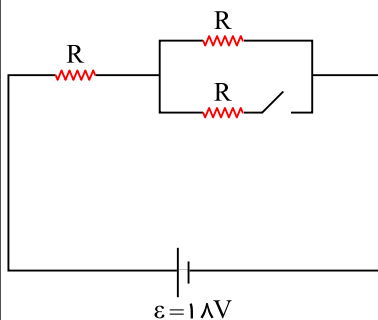
در حالت اول که فقط یکی از کلیدها بسته است، $R_{eq} = R$ بوده، بنابراین رابطه بین R و r را می‌یابیم:

$$V = \frac{R_{eq}\varepsilon}{R_{eq} + r} \rightarrow \text{چون } V = 6 \text{ و } \varepsilon = 10 \rightarrow \frac{R \times 10}{R + r} = 6 \rightarrow r = \frac{2}{3}R$$

در حالت دوم که هر دو کلید بسته هستند، مدار شامل دو مقاومت خارجی و موازی R است. بنابراین داریم:

$$V = \frac{R_{eq}\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{R_{eq} = \frac{R}{2}, r = \frac{2}{3}R} V = \frac{\frac{R}{2} \times 10}{\frac{R}{2} + \frac{2}{3}R} \rightarrow V = \frac{30}{5}V$$

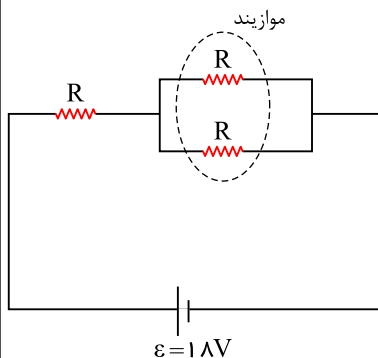
۱۷۳ گزینه ۴



در حالت اول، مقاومت معادل مدار به صورت $R_{eq1} = 2R$ و در حالت دوم که کلید بسته شده، مقاومت معادل مدار به

صورت $R_{eq} = \frac{3}{2}R$ است. از طرفی می‌دانیم که توان مصرفی مدار خارجی، معادل همان توان خروجی (مفید) مولد

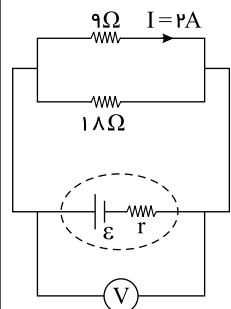
است. بنابراین داریم:



$$P = R_{eq} I^2 \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}} P = \frac{R_{eq} \varepsilon^2}{(R_{eq} + r)^2} \xrightarrow{r=0} P = \frac{\varepsilon^2}{R_{eq}} \rightarrow P_2 - P_1 = \frac{\varepsilon^2}{R_{eq_2}} - \frac{\varepsilon^2}{R_{eq_1}}$$

$$\rightarrow 9 = \frac{18^2}{\frac{3}{2}R} - \frac{18^2}{2R} \rightarrow R = 6\Omega$$

۱۷۴ گزینه ۴

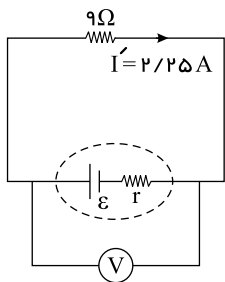


در حالت اول که کلید بسته است، مقاومت‌های 9Ω و 18Ω به صورت موازی در مدار قرار دارند، پس ولتاژ دو سر مقاومت 9Ω و 18Ω

با ولتاژ دو سر مولد یکسان است. یعنی:

$$\begin{cases} V = \frac{R_{eq} \varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{R_{eq} = 6\Omega} V = \frac{6\varepsilon}{6+r} \\ V = R_9 I_9 = 9 \times 2 = 18V \end{cases} \Rightarrow 18 = \frac{6\varepsilon}{6+r} \rightarrow \varepsilon = 18 + 3r$$

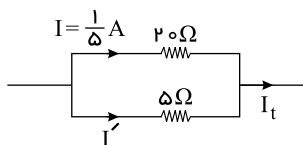
در حالت دوم که کلید باز است، فقط مقاومت 9Ω در مدار است و داریم:



$$\begin{cases} V' = \frac{R'_{eq}\varepsilon}{R'_{eq}+r} = \frac{9\varepsilon}{9+r} \\ V' = R_9 I'_9 = 9 \times \frac{2}{25} = \frac{18}{5} V \end{cases} \Rightarrow \frac{18}{5} \rightarrow \frac{9\varepsilon}{9+r} \Rightarrow 4\varepsilon = 18 + 9r \xrightarrow{(*)} \begin{cases} \varepsilon = 18 + 3r \\ 4\varepsilon = 18 + 9r \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r = 3\Omega \\ \varepsilon = 27V \end{cases}$$

۱۷۵ گزینه ۴

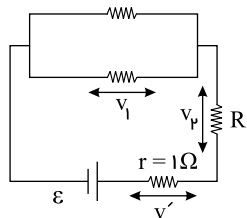


ابتدا به صورت زیر جریان کل مدار که توسط مولد تولید می شود را محاسبه می کنیم. دو مقاومت 5Ω و 20Ω موازی اند. بنابراین:

$$20 \times \frac{1}{5} = 5 \times I' \rightarrow I' = \frac{4}{5} A$$

و جریان کل:

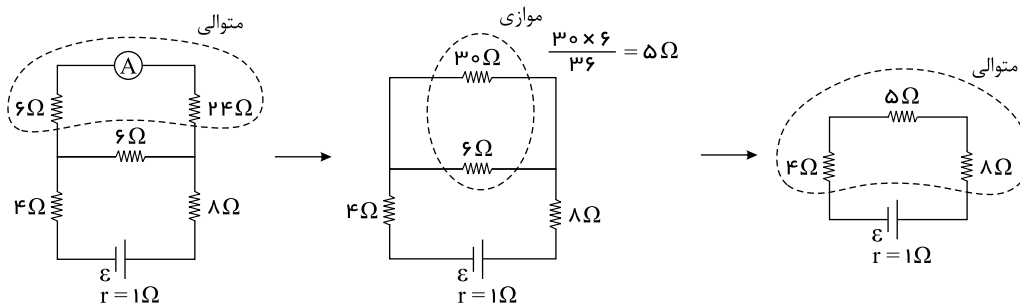
$$I_t = I + I' = \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = 1 A$$



حال می دانیم که نیروی محرکه مولد با مجموع اختلاف پتانسیل دو سر اجزای مدار و افت پتانسیل در مولد برابر است. یعنی:

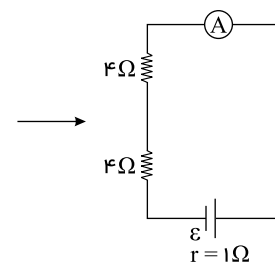
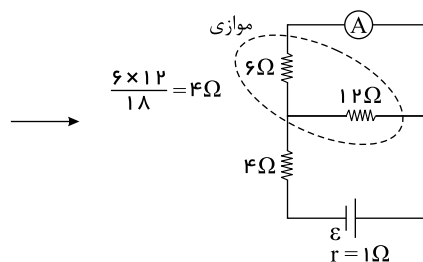
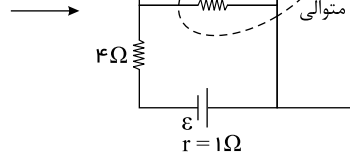
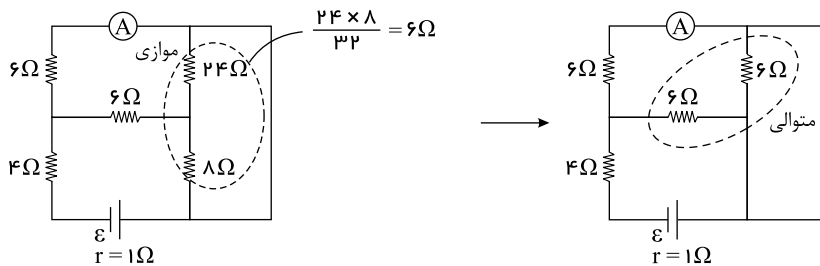
$$\begin{cases} V_1 = 20I \\ V_r = 3V, V' = rI_t \\ \varepsilon = V_1 + V_r + V' \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = 20 \times \frac{1}{5} + 3 + 1 \times 1 \Rightarrow \varepsilon = 8V$$

۱۷۶ گزینه ۱ قبل از بستن کلید مقاومت معادل را می یابیم:

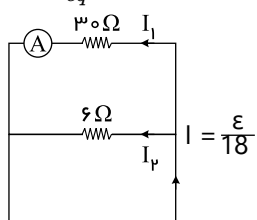


$$\frac{R_{eq}=17\Omega}{I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}} \rightarrow I = \frac{\varepsilon}{18}$$

حال در حالتی که کلید بسته است، مجدداً مقاومت معادل را محاسبه می کنیم:



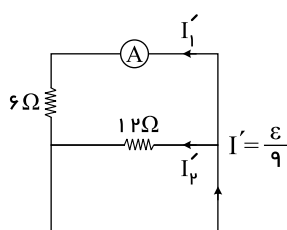
$$\Rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{\varepsilon}{9}$$



حال به تقسیم جریان در شاخه‌ها می‌پردازیم تا عددی که آمپرسنج نمایش می‌دهد را محاسبه کنیم.
در مدار اول (قبل از بستن کلید)

$$I = \frac{\varepsilon}{18}$$

$$\begin{cases} \frac{I_1}{I_2} = \frac{r}{R} = \frac{1}{2} \\ I_1 + I_2 = \frac{\varepsilon}{18} \end{cases} \Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon}{108}$$



و در مدار دوم (بعد از بستن کلید)

$$I' = \frac{\varepsilon}{9}$$

$$\begin{cases} \frac{I'_1}{I'_2} = \frac{12}{4} = 3 \\ I'_1 + I'_2 = \frac{\varepsilon}{9} \end{cases} \Rightarrow I'_1 = \frac{2\varepsilon}{27}$$

و در نهایت داریم:

$$\frac{I'_1}{I_1} = \frac{\frac{2\varepsilon}{27}}{\frac{\varepsilon}{108}} \rightarrow \frac{I'_1}{I_1} = 8$$

۱۷۷ گزینه ۲ اگر مقاومت معادل مدار را، قبل از بستن کلید R_1 و بعد از بستن کلید R_2 بنامیم، در صورتی توان خروجی (مفید) مولد در هر دو حالت یکسان خواهد بود که شرط زیر برقرار باشد:

$$r = \sqrt{R_1 R_2}$$

بنابراین داریم:

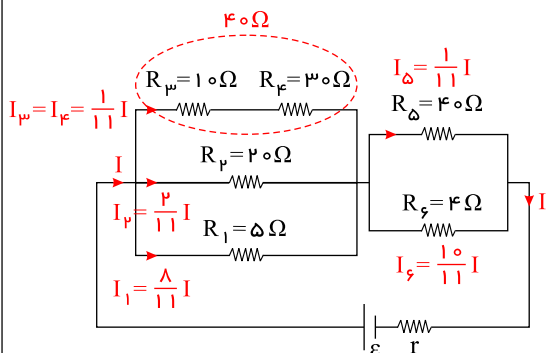
$R_1 = R + 1$: قبل از بستن کلید

(با بستن کلید، دو سر مقاومت R اتصال کوتاه می‌شود) $R_p = 1 \Omega$: بعد از بستن کلید

$$\xrightarrow{r=\mathfrak{r}\Omega} \mathfrak{r} = \sqrt{(R+1)(1)} \Rightarrow R+1 = \mathfrak{r} \Rightarrow R = \mathfrak{r}\Omega$$

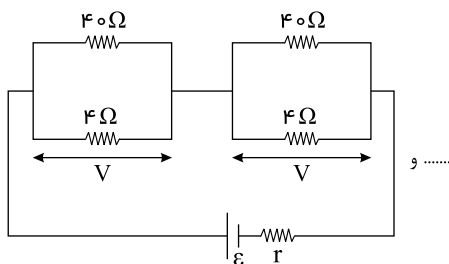
۱۷۸ گزینه ۴

در ابتدا مدار را به صورت زیر مرتب می‌کنیم.



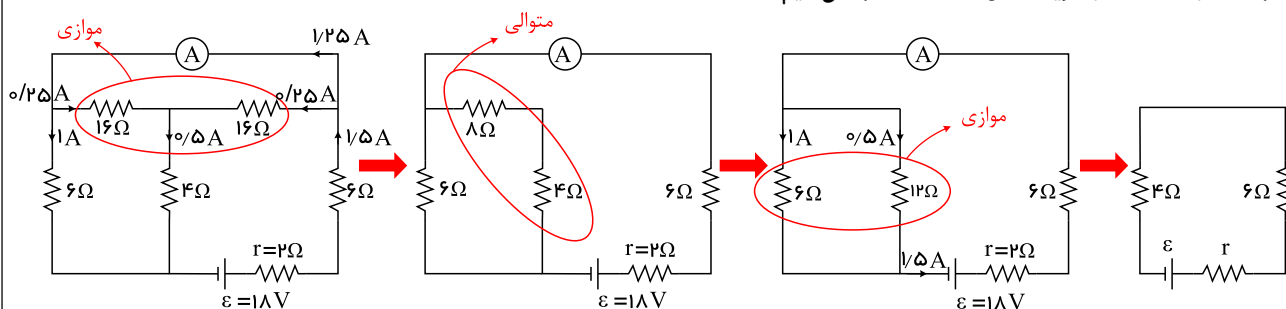
حال اگر جریان کل مدار را I بنامیم، جریان در شاخه‌ها همانند شکل تقسیم می‌شود. و در ادامه اگر از رابطه $P = RI^2$ توان‌ها را با هم مقایسه کنیم، بیشترین

توان مصرفی $R_e = 4\Omega$ دارد.



روش دوم: بعد از ساده کردن دوباره مدار و استفاده از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ نیز می‌توان سؤال را حل کرد.

۱۷۹ گزینه ۲ در ابتدا مقاومت معادل و جریان کامل مدار را محاسبه می‌کنیم.



$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{1\lambda}{10 + 2} \Rightarrow I = 1,5A$$

حال اگر به تقسیم جریان پردازیم، داریم:

$$I_A = I_{\text{کل}} - I_{\text{۱۶}\Omega} = 1,5 - 0,25 = 1,25A = \frac{5}{4}A$$

۱۸۰ گزینہ ۳

$$P = RI^{\mathsf{T}} \Rightarrow P_{\mathfrak{r},\mathfrak{s}} = \mathfrak{r}P_{R'} \Rightarrow \mathfrak{r},\mathfrak{s}I^{\mathsf{T}} = \mathfrak{r}R'I'^{\mathsf{T}} \quad (1)$$

از طرفی چون دو مقاومت 12Ω و R' مواز هستند باید ولتاژ دوسرشان باهم برابر باشد پس داریم:

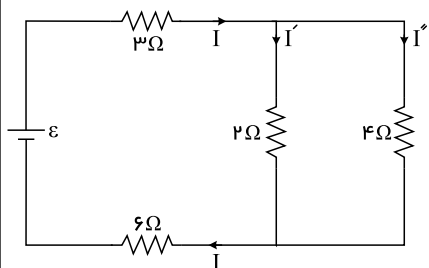
$$V = RI \Rightarrow 12(I - I') = R'I' \Rightarrow I' = \frac{12}{R' + 12} \cdot I \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 4.5I^2 = 2R' \left(\frac{12}{R' + 12} \right)^2 I^2 \Rightarrow 4.5 = \frac{2 \times 144 R'}{(R' + 12)^2} \Rightarrow \begin{cases} R'_1 = 36\Omega \\ R'_2 = 4\Omega \end{cases}$$

چون کمترین مقاومت ممکن مدنظر است، پاسخ سوال 4Ω است.

پس R' می تواند 4Ω یا 36Ω باشد.

۱۸۱ گزینه ۱ با توجه به تقسیم جریان بین مقاومت ها داریم:

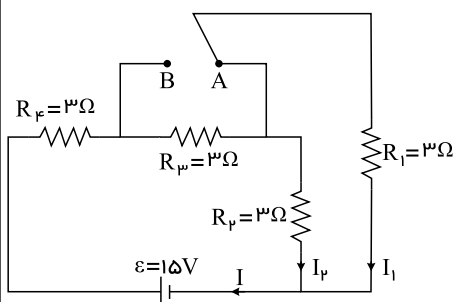


$$I' = \frac{4}{4 + 2} I = \frac{2}{3} I$$

$$I'' = \frac{2}{4 + 2} I = \frac{1}{3} I$$

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_f}{P_r} = \frac{6 \times I^2}{4 \times \left(\frac{1}{3}I\right)^2} \Rightarrow \frac{P_f}{P_r} = 13.5$$

۱۸۲ گزینه ۴ اگر کلید به A متصل باشد دو مقاومت R_1 و R_2 موازی اند و با بقیه متوالی:



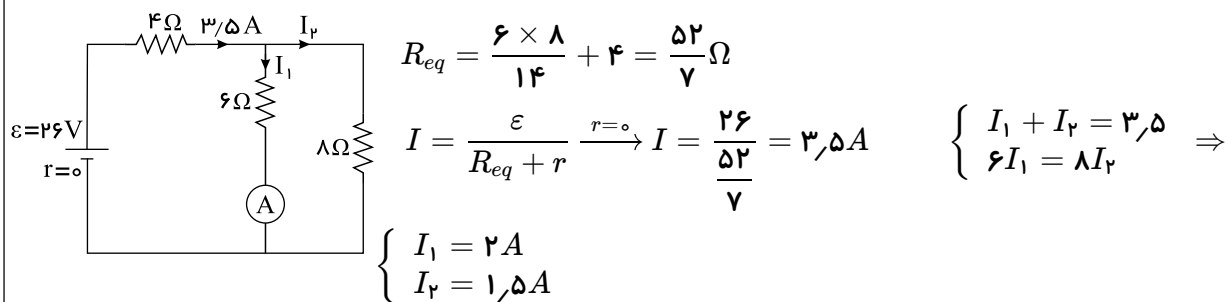
$$R_{eq} = \frac{3 \times 3}{3 + 3} + 3 + 3 = 7.5\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{15}{7.5} = 2A \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 1A \\ I_2 = 1A \end{cases}$$

و اگر کلید به B متصل باشد، R_3 و R_4 متوالی، معادل آنها با R_1 موازی و در نهایت با R_f متوالی اند:

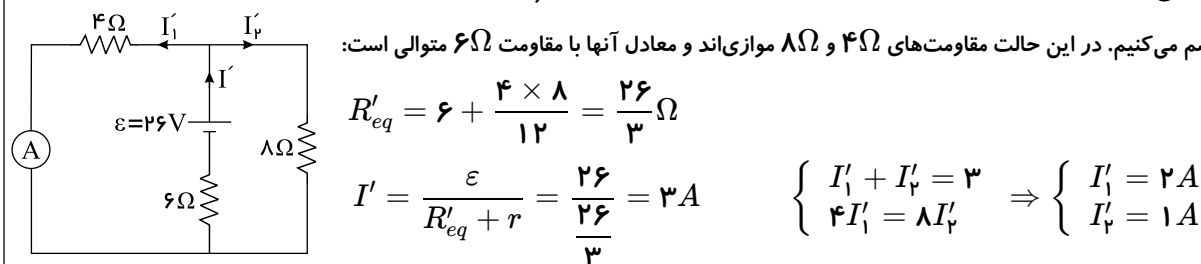
$$R'_{eq} = 2 + 3 = 5\Omega, \quad I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq}} = \frac{15}{5} = 3A \Rightarrow \begin{cases} I'_1 = 2A \\ I'_2 = 1A \end{cases} \Rightarrow \frac{I'_1}{I_1} = 2, \frac{I'_2}{I_2} = 1$$

۱۸۳ گزینه ۲ در حالت اول، دو مقاومت 6Ω و 8Ω موازی اند و مقاومت معادل آنها با مقاومت 4Ω متوالی است؛ بنابراین داریم:



یعنی در حالت اول، آمپرسنج مقدار $2 A$ را نشان می‌دهد و جریانی که از مقاومت 8Ω می‌گذرد $1.5 A$ است.

مدار را در حالت دوم رسم می‌کنیم. در این حالت مقاومت‌های 4Ω و 8Ω موازی‌اند و معادل آنها با مقاومت 6Ω متوالی است:

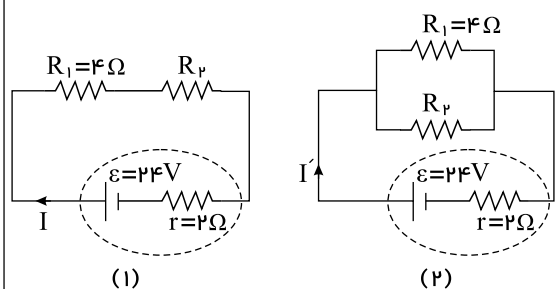


در این حالت جریانی که از مقاومت 8Ω می‌گذرد $1 A$ است. پس جریان عبوری از مقاومت 8Ω نسبت به حالت قبل، $0.5 A$ کاهش یافته است.

۱۸۴ گزینه ۳

می‌دانیم که توان خروجی (مفید) باتری همان توان مصرفی مدار (مقاومت معادل خارجی) است.

بنابراین داریم:



$$P_1 = R_{eq} I^2 = R_{eq} \left(\frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \right)^2 = \frac{(4 + R_p)(24)^2}{(4 + R_p + 2)^2} = \frac{(4 + R_p)(24)^2}{(6 + R_p)^2}$$

$$P_2 = R'_{eq} I'^2 = R'_{eq} \left(\frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} \right)^2 = \frac{\frac{4R_p}{4 + R_p} (24)^2}{\left(\frac{4R_p}{4 + R_p} + 2 \right)^2}$$

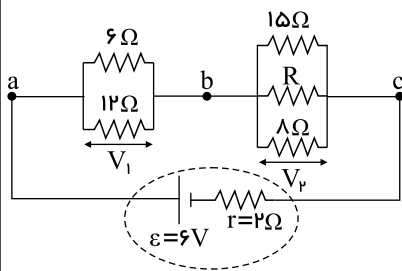
$$\frac{64}{100} P_2 = P_1 \Rightarrow \frac{64}{100} \times \frac{\frac{4R_p}{4 + R_p} (24)^2}{\left(\frac{4R_p}{4 + R_p} + 2 \right)^2} = \frac{(4 + R_p)(24)^2}{(6 + R_p)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{64}{100} \times \frac{4R_p}{(4 + R_p) \left(\frac{4R_p}{4 + R_p} + 2 \right)^2} = \frac{4 + R_p}{(6 + R_p)^2} \xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}} \frac{16}{100} \times \frac{\sqrt{R_p}}{\frac{4R_p}{4 + R_p} + 2} = \left(\frac{4 + R_p}{6 + R_p} \right)$$

پس R_p مربع کامل است که با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۳ صحیح است.

$$R_p = 4 \Omega$$

۱۸۵ گزینه ۲ در ابتدا مدار را به صورت زیر ساده می‌کنیم:



فرض می‌کنیم اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 6Ω برابر V_1 و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 8Ω برابر V_2 است.

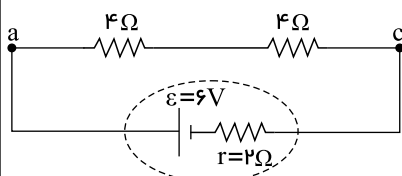
با توجه به اینکه $V_1 = V_2$ است، در اینجا مقاومت معادل بین دو نقطه a و b با مقاومت معادل بین دو نقطه b و c برابر است (چرا؟) بنابراین داریم:

$$R_{ab} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4\Omega$$

$$\frac{1}{R_{bc}} = \frac{1}{15} + \frac{1}{R} + \frac{1}{8} \xrightarrow{R_{bc}=R_{ab}} \frac{1}{4} = \frac{1}{15} + \frac{1}{R} + \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{15} + \frac{1}{R} = \frac{1}{8}$$

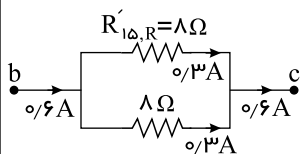
یعنی مقاومت معادل دو مقاومت موازی 15Ω و R برابر 8Ω است.

حال در ابتدا جریان کل را می‌یابیم:



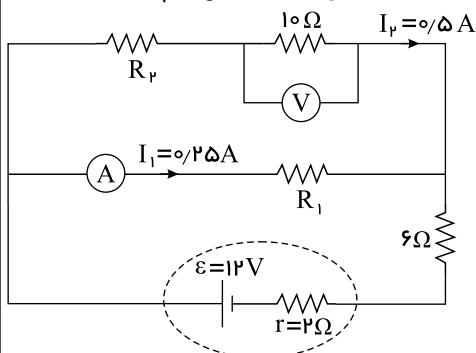
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{6}{8 + 2} \Rightarrow I = 0.6A$$

بین دو نقطه b و c داریم:



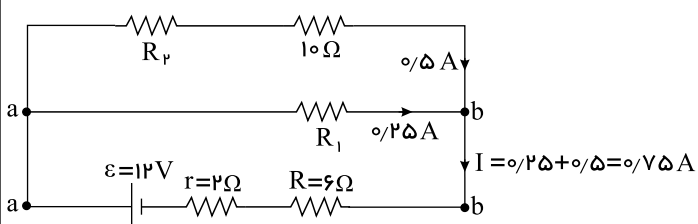
پس جریان عبوری از مقاومت 8Ω معادل نصف جریان کل یعنی $0.3A$ است.

۱۸۶ گزینه ۴ با توجه به اینکه ولت‌سنج در اینجا اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 10Ω را نمایش می‌دهد، جریان شاخه شامل این مقاومت را می‌یابیم:



$$V = RI \Rightarrow 5 = 10 I_V \Rightarrow I_V = 0.5A$$

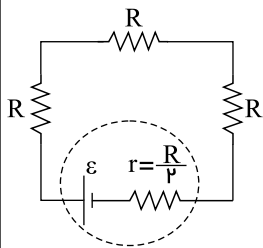
سپس جریان کل و ولتاژ دو سر شاخه شامل مقاومت R_1 را محاسبه می‌کنیم



$$V_{ab} = \varepsilon - rI - RI = 12 - 2 \times 0.75 - 6 \times 0.75 \Rightarrow V_{ab} = 6V$$

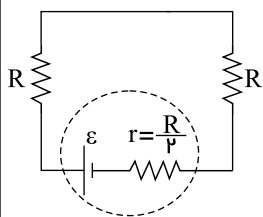
$$V_{ab} = V_{R_1} = R_1 I_1 \Rightarrow 6 = R_1 \times 0.25 \Rightarrow R_1 = 24\Omega$$

۱۸۷ گزینه ۳ هنگامی که کلید باز است، داریم:



$$V = R_{eq}I = \frac{R_{eq}\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow V_1 = \frac{3R \times \varepsilon}{3R + \frac{R}{p}} \Rightarrow V_1 = \frac{6}{7}\varepsilon$$

و در حالت دوم که کلید بسته است، دو سر مقاومت R اتصال کوتاه شده و داریم:



$$V_2 = R'_{eq}I' = \frac{R'_{eq}\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{2R\varepsilon}{2R + \frac{R}{p}} \Rightarrow V_2 = \frac{4}{5}\varepsilon$$

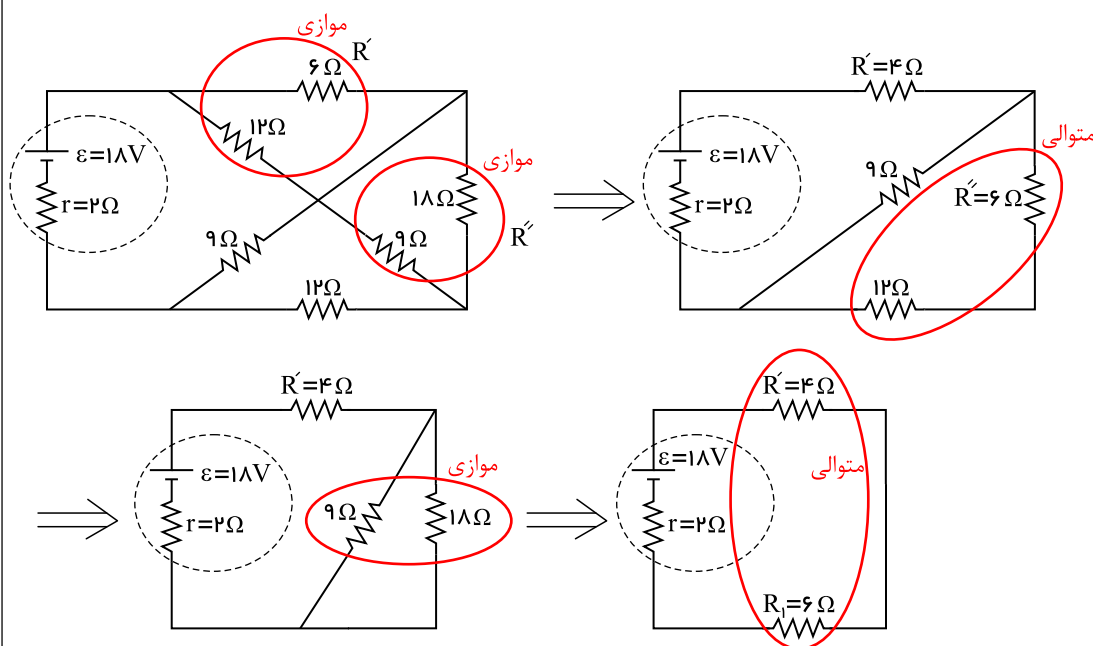
و در نهایت داریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{4}{5}\varepsilon}{\frac{6}{7}\varepsilon} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{28}{30} = \frac{14}{15}$$

۱۸۸ گزینه ۳

در ابتدا مدار را به صورت زیر ساده

می کنیم:



$$R' = \frac{6 \times 12}{18} = 4\Omega$$

$$R'' = \frac{9 \times 18}{27} = 6\Omega$$

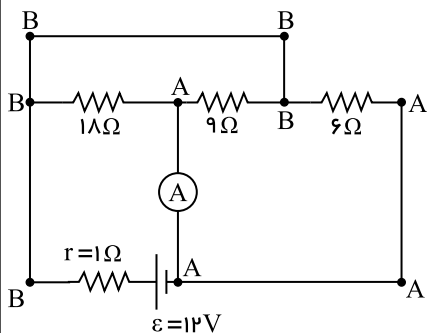
$$R_1 = \frac{18 \times 9}{27} = 6\Omega$$

$$R_{eq} = 6 + 4 = 10\Omega$$

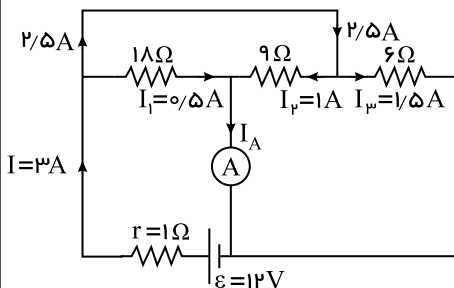
حالا برای تعیین اختلاف پتانسیل دو سر مولد داریم:

$$V = R_{eq}I = \frac{R_{eq}\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{10 \times 18}{10 + 2} \Rightarrow V = 15V$$

۱۸۹ گزینه ۱



چون ولتسنج آرمانی فرض شده است، همانند یک کلید باز عمل می کند. از طرفی آمپرسنج آرمانی نیز همانند یک سیم بدون مقاومت عمل می کند. پس مدار شامل سه مقاومت موازی 9Ω ، 6Ω و 18Ω است. ابتدا مقاومت معادل، سپس جریان کل و در ادامه جریان عبوری از هر مقاومت را محاسبه می کنیم.



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6} \Rightarrow R_{eq} = 3\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{3 + 1} \Rightarrow I = 3A$$

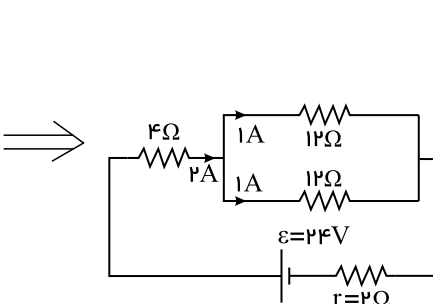
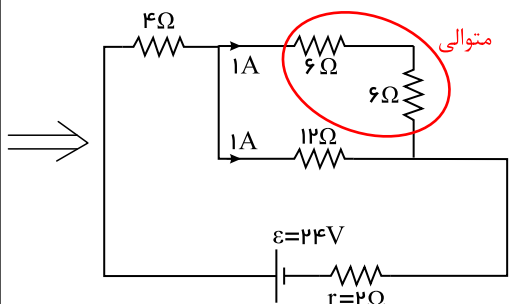
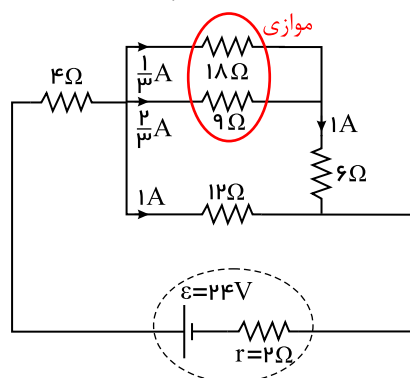
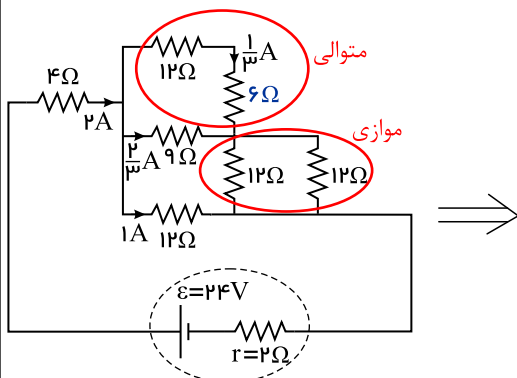
$$V = \varepsilon - rI = 12 - 1 \times 3 \Rightarrow V = 9V$$

$$\begin{cases} V_{18} = V = 18I_1 \Rightarrow 9 = 18I_1 \Rightarrow I_1 = 0.5A \\ V_9 = V = 9I_2 \Rightarrow 9 = 9I_2 \Rightarrow I_2 = 1A \\ V_6 = V = 6I_3 \Rightarrow 9 = 6I_3 \Rightarrow I_3 = 1.5A \end{cases}$$

حال برای آمپرسنج داریم:

$$I_A = I_1 + I_2 = 0.5 + 1 \Rightarrow I_A = 1.5A$$

۱۹۰ گزینه ۲ ابتدا در حالتی که کلید به نقطه (۱) متصل است، مدار را بررسی می کنیم:



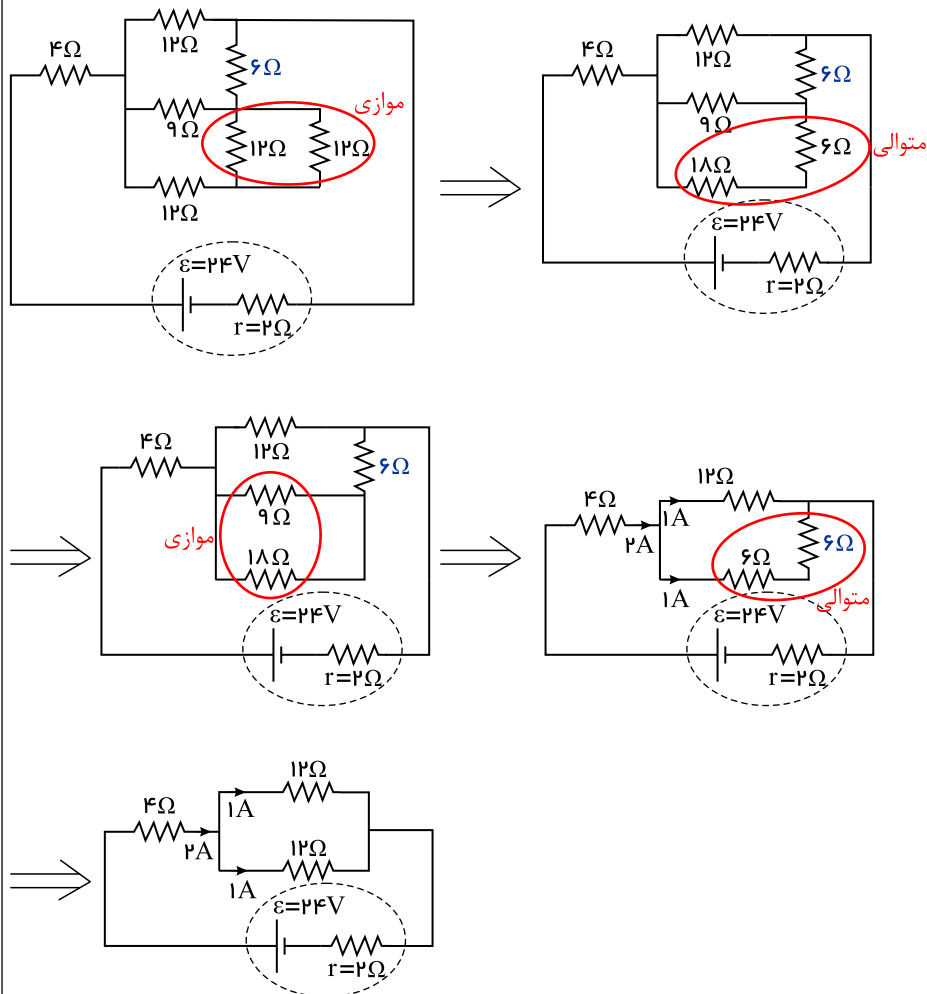
$$R_{eq} = 10\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{24}{10 + 2} = 2A$$

با توجه به شکل‌ها و تقسیم جریان، در حالت اول، جریان عبوری از مقاومت 6Ω برابر $\frac{1}{3}A$ است پس توان مصرفی آن برابر است با:

$$P = RI^2 = 6 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{6}{9}W$$

در حالت دوم، کلید به نقطه (۲) متصل است:



$$R_{eq} = 10\Omega \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{24}{10 + 2} = 2A$$

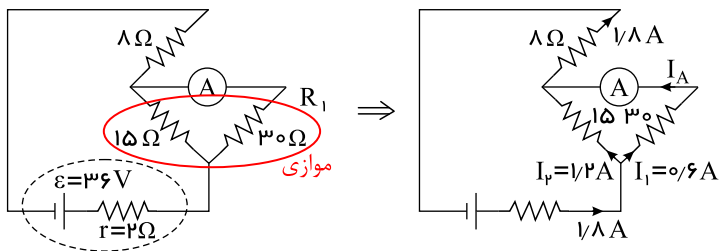
در این حالت، جریان عبوری از مقاومت 6Ω برابر ۱ آمپر است؛ پس داریم:

$$P' = RI'^2 = 6(1)^2 = 6W$$

و در آخر داریم:

$$\frac{P'}{P} = \frac{6}{\frac{6}{9}} = 9$$

۱۹۱ گزینه ۴ در ابتدا که کلید باز است، جریان عبوری از آمپرسنج را به دست می‌آوریم:



$$R_1 = \frac{30 \times 15}{45} = 10\Omega$$

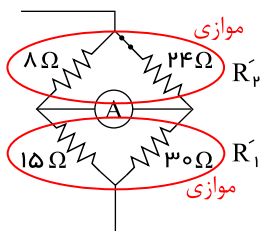
$$R_{eq} = 8 + 10 = 18\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{36}{18 + 2} = 1.8A$$

$$\begin{cases} 30I_1 = 15I_2 \\ I_1 + I_2 = 1.8A \end{cases} \Rightarrow I_1 = 0.6A, I_2 = 1.2A$$

$$\Rightarrow I_A = I_1 = 0.6A$$

یعنی در این حالت، عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، $0.6A$ است. در حالت دوم که کلید بسته است، داریم:



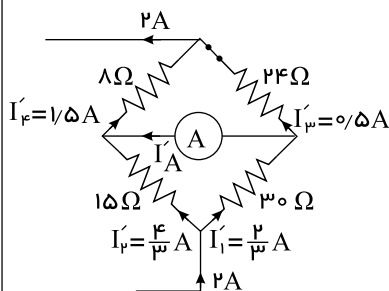
$$R'_2 = \frac{24 \times 8}{32} = 6\Omega$$

$$R'_1 = \frac{30 \times 15}{45} = 10\Omega$$

$$R'_{eq} = R'_1 + R'_2 = 16\Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{36}{16 + 2} \Rightarrow I' = 2A$$

حال با توزیع جریان داریم:



$$\begin{cases} 30I'_1 = 15I'_2 \\ I'_1 + I'_2 = 2A \end{cases} \Rightarrow I'_1 = \frac{2}{3}A, I'_2 = \frac{4}{3}A$$

$$\begin{cases} 24I'_3 = 15I'_4 \\ I'_3 + I'_4 = 2A \end{cases} \Rightarrow I'_3 = 0.5A, I'_4 = 1.5A$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I'_A = \frac{2}{3} - 0.5 = \frac{1}{6} \\ \text{یا} \\ I'_A = 1.5 - \frac{4}{3} = \frac{1}{6}A \end{cases}$$

و در آخر داریم:

$$\Delta I_A = I_A - I'_A = 0.6 - \frac{1}{6} \Rightarrow \Delta I_A = \frac{13}{30}A$$

۱۹۲ گزینه ۲ توان مفید یا خروجی باتری به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P = R_{eq}I^2 = R_{eq}\left(\frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}\right)^2$$

بنابراین داریم:

$$(1) \text{ حالت اتصال متوالی مقاومت‌ها } P_1 = (R_1 + R_2)\left(\frac{\varepsilon}{R_1 + R_2 + r}\right)^2 \Rightarrow P_1 = (8 + R_2)\left(\frac{36^2}{(10 + R_2)^2}\right)$$

$$(2) \text{ در حالت اتصال موازی مقاومت‌ها } P_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \left(\frac{\varepsilon}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + r} \right)^2 \Rightarrow P_2 = \frac{8R_2}{(8 + R_2)} \left(\frac{36^2}{\left(\frac{8R_2}{8 + R_2} + 2\right)^2} \right)$$

طبق فرض سؤال داریم:

$$P_r = \frac{9}{4} P_1 \Rightarrow \frac{\lambda R_r}{\lambda + R_r} \left(\frac{45^2}{\left(\frac{\lambda R_r}{\lambda + R_r} + 2 \right)^2} \right) = \frac{9 (\lambda + R_r) (45)^2}{4 (10 + R_r)^2}$$

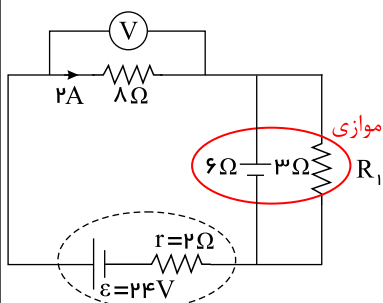
$$\Rightarrow \frac{\lambda R_r}{\left(\frac{\lambda R_r}{\lambda + R_r} + 2 \right)^2} = \frac{9 (\lambda + R_r)^2}{4 (10 + R_r)^2}$$

از طرفین جذر می گیریم:

$$\frac{\sqrt{\lambda R_r}}{\frac{\lambda R_r}{\lambda + R_r} + 2} = \frac{3}{2} \left(\frac{\lambda + R_r}{10 + R_r} \right)$$

پس (λR_r) یک عدد مربع کامل است که با توجه به گزینه ها، فقط $R_r = 8 \Omega$ می تواند پاسخ صحیح باشد.

۱۹۳ گزینه ۳ ابتدا مدار را در حالت کلید باز بررسی می کنیم:



$$R_1 = \frac{6 \times 3}{9} = 2 \Omega$$

$$R_{eq} = 2 + 8 = 10 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{24}{10 + 2} = 2 A$$

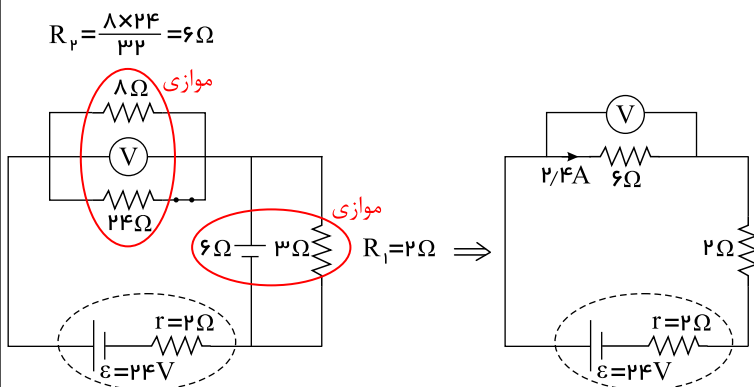
$$V = RI = 8 \times 2 = 16 V$$

در حالت دوم که کلید بسته است، داریم:

$$R'_{eq} = 2 + 6 = 8 \Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{24}{8 + 2} = 2.4 A$$

$$V' = R_r I' = 6 \times 2.4 \Rightarrow V' = 14.4 V$$



و در آخر داریم:

$$\Delta V = V - V' = 16 - 14.4 \Rightarrow \Delta V = 1.6 V$$

۱۹۴ گزینه ۳ قبل از وصل کلید، مقاومت های 20Ω و 5Ω با هم موازی و مجموع آنها با مقاومت 2Ω سری است. پس از وصل کلید، مجموع مقاومت های قبلی با مقاومت 6Ω موازی می شود. بنابراین مقاومت معادل در هر حالت را به دست می آوریم:

$$\text{کلید باز: } R_{eq} = \frac{20 \times 5}{20 + 5} + 2 = 6 \Omega$$

$$\text{کلید بسته: } R'_{eq} = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = 3 \Omega$$

توان خروجی مولد در هر حالت، با توان مصرف شده در مقاومت معادل برابر است، بنابراین داریم:

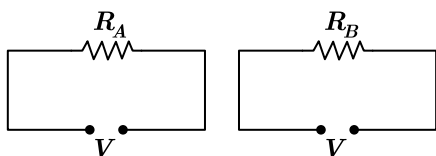
$$P_{\text{مولد}} = P_{\text{مصرفی در مقاومت}} \Rightarrow \frac{P'}{P} = \frac{R'_{eq} I'^2}{R_{eq} I^2} \xrightarrow{I = \frac{4}{R_{eq} + r}} \frac{P'}{P} = \frac{3 \times \left(\frac{4}{3+2}\right)^2}{6 \times \left(\frac{4}{6+2}\right)^2} = \frac{32}{25}$$

بنابراین درصد تغییرات توان برابر است با:

$$\frac{\Delta P}{P} \times 100 = \frac{P' - P}{P} \times 100 = \frac{\frac{32}{25}P - P}{P} \times 100 = +28\% \quad (\text{افزایش})$$

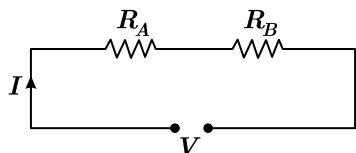
۱۹۵ گزینه ۱

حالت اول:



$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{\frac{P_A}{P_B} = 2} 2 = \frac{R_B}{R_A} \Rightarrow R_B = 2R_A$$

حالت دوم:



$$P = RI^2 \xrightarrow[\text{مقاومت‌های سری}]{I_A = I_B} \frac{P_A}{P_B} = \frac{R_A}{R_B} = \frac{1}{2}$$

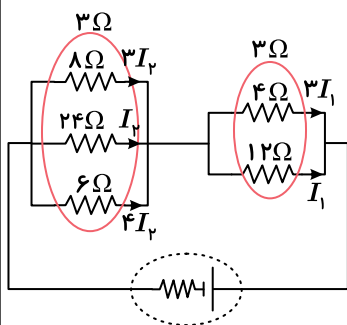
۱۹۶ گزینه ۳

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow \begin{cases} P_1 = \frac{(\frac{\varepsilon}{r})^2}{R} = \frac{\varepsilon^2}{4R} \\ P_3 = \frac{\varepsilon^2}{R} \end{cases}, \quad \begin{cases} P_2 = P_1 = \frac{\varepsilon^2}{4R} \\ P_4 = \frac{\varepsilon^2}{R} \end{cases} \quad P_3 = P_4 > P_1 = P_2 \rightarrow (1) \text{ رد گزینه}$$

$$\begin{aligned} \text{متوالی: } R_{eq} &= 2R \rightarrow P_{1,2} = \frac{\varepsilon^2}{2R} \\ \text{موازی: } R_{eq} &= \frac{R}{2} \rightarrow P_{3,4} = \frac{2\varepsilon^2}{R} \end{aligned}$$

$$P_{3,4} > P_{1,2} \rightarrow (4), (2) \text{ رد گزینه‌های}$$

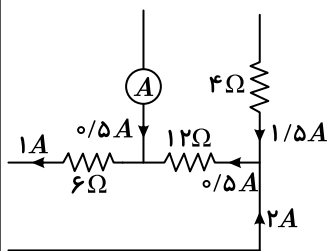
۱۹۷ گزینه ۲ ابتدا مدار ساده شده را رسم می‌کنیم و جریان اصلی مدار را می‌یابیم:



$$\begin{aligned} R_{eq} &= 6\Omega \\ I &= \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{14}{7} = 2A \end{aligned}$$

با استفاده از توزیع جریان، جریان عبوری از هر مقاومت را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} I_T = 2 \rightarrow I_{T1} = 0.25 \\ 4I_1 = 2 \rightarrow I_1 = 0.5 \end{cases}$$



با توجه به شکل مدار، عبوری از مقاومت 12Ω با جریان عبوری از شاخه آمپرسنج جمع می‌شود و وارد مقاومت 6Ω می‌شود؛ بنابراین عدد آمپرسنج برابر است با:

$$4I_2 = I_A + I_1$$

$$\Rightarrow I_A = 1 - 0.5 = 0.5A$$

۱۹۸ گزینه ۳

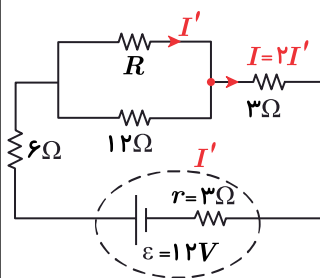
$$V_{\text{باتری}} = R_{eq}I = R_{eq} \times \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{R_{eq}\varepsilon}{r + R_{eq}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{کلید باز} \rightarrow R_{eq} = 3\Omega \Rightarrow V_1 = \frac{3\varepsilon}{r+3} \\ \text{کلید بسته} \rightarrow R'_{eq} = 2\Omega \Rightarrow V_2 = \frac{2\varepsilon}{r+2} \end{array} \right\} \xrightarrow{\frac{V_2}{V_1} = \frac{4}{5}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{4}{5} = \frac{\frac{2\varepsilon}{r+2}}{\frac{3\varepsilon}{r+3}} = \frac{2}{3} \times \frac{r+3}{r+2}$$

$$\rightarrow 5r + 15 = 6r + 12 \rightarrow r = 3\Omega$$

۱۹۹ گزینه ۲

$$p_{12} = p_3 \Rightarrow 12 \times I'^2 = 3 \times I^2 \Rightarrow I = 2I' \xrightarrow{I=I'+I_R} I_R = I' \Rightarrow R = 12\Omega$$



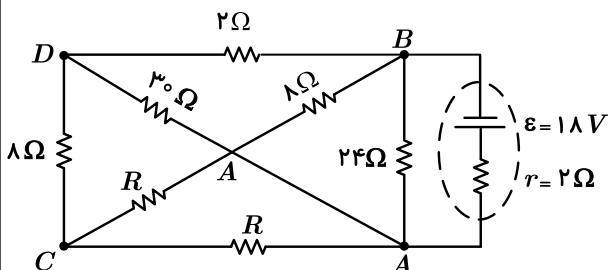
حال مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم؛ مقاومت R با مقاومت 12Ω موازی و حاصل آنها با مقاومت 3Ω و 6Ω سری است:

$$R_{eq} = 6 + \frac{12}{2} + 3 = 15\Omega$$

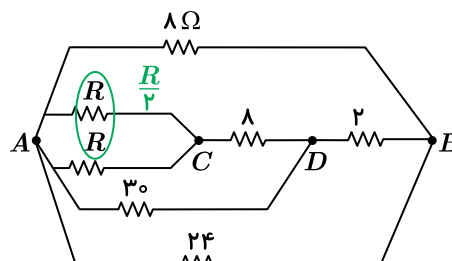
$$V_{\text{باتری}} = R_{eq}I \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}} V_{\text{باتری}} = 15 \times \frac{12}{15+3} = 10V$$

۲۰۰ گزینه ۲

$$V_{\text{باتری}} \varepsilon - rI \Rightarrow V_{\text{باتری}} = 12 = 18 - 2I \Rightarrow I = 3A = \frac{4}{R_{eq} + r} = \frac{18}{2 + R_{eq}} \Rightarrow R_{eq} = 4\Omega$$



$\Rightarrow$



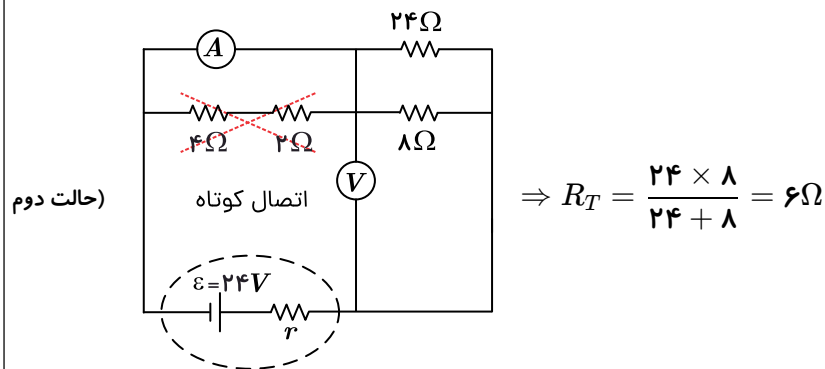
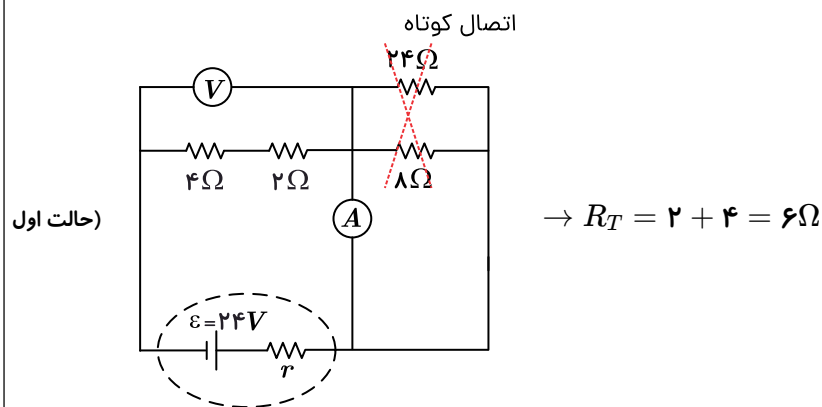
اگر مقاومت شاخه وسط را x در نظر بگیریم، داریم:

$$\text{موازی } 24\Omega, x, 8\Omega \xrightarrow{R_{eq}=4\Omega} \frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{24} + \frac{1}{x} \Rightarrow x = 12\Omega$$

$$\text{سری } R_{AD}, 2\Omega \rightarrow R_{AD} = 12 - 2 = 10\Omega$$

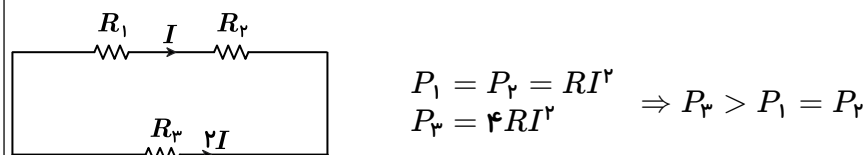
$$\text{موازی } 30\Omega, \left(8 + \frac{R}{2}\right) \rightarrow \frac{30 \times \left(8 + \frac{R}{2}\right)}{30 + 8 + \frac{R}{2}} = 10 \Rightarrow 24 + \frac{3R}{2} = 38 + \frac{R}{2} \Rightarrow R = 14\Omega$$

۲۰۱ گزینه ۳



در هر دو حالت، ولت‌سنج دو سر باتری و آمپرسنج جریان شاخه اصلی مدار را نشان می‌دهد؛ چون مقاومت معادل در هر دو حالت یکسان است، ولت‌سنج و آمپرسنج در هر دو حالت اعداد یکسانی را نشان می‌دهند.

۲۰۲ گزینه ۱



۲۰۳ گزینه ۲

$$R_{eq} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} + 6 = 10 \Omega \quad \text{کلید باز}$$

$$R'_{eq} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} + \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 6 \Omega \quad \text{کلید بسته}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow[\text{افزایش } I]{\text{کاهش } R_{eq}} I' = I + 1$$

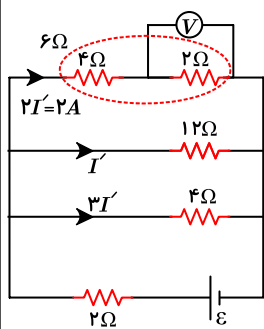
$$\frac{24}{6 + r} = \frac{24}{10 + r} + 1 \xrightarrow{\text{امتحان گزینه ها}} r = 2 \Omega$$

۲۰۴ گزینه ۴ توان خروجی از باتری برابر مجموع توان مقاومت ها (مصرف کننده ها) است:

$$P = \frac{U}{t} \rightarrow P_1 = \frac{500 \times 10^{-3}}{5} = 0.1 W, \quad P_2 = \frac{250 \times 10^{-3}}{5} = 0.05 W$$

$$P_{\text{خروجی}} = P_1 + P_2 = 0.15 = \frac{3}{20} W$$

۲۰۵ گزینه ۳ ابتدا جریان عبوری از مقاومت 2Ω را محاسبه می کنیم. سپس به توزیع جریان در سایر شاخه ها می پردازیم:



$$V = IR \rightarrow 4 = 2I \rightarrow I = 2 A$$

$$I_{\text{کل}} = 2I' + I' + 3I' = 6I' \xrightarrow{2I' = 2A} I' = 6 A$$

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow R' = 2 \Omega$$

$$R_{eq} = 2 + 2 = 4 \Omega \rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}}$$

$$\rightarrow 6 = \frac{\varepsilon}{4} \rightarrow \varepsilon = 24 V$$

۲۰۶ گزینه ۱ مقاومت کل مدار را در حالت اول محاسبه می کنیم.

$$R_{eq} = 4 + 1 + \left[\frac{1}{6} + \frac{1}{12} \right]^{-1} = 9 \Omega$$

وقتی جای مقاومت ها را عوض کنیم، داریم:

$$R'_{eq} = 6 + 1 + \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{12} \right]^{-1} = 10 \Omega$$

$$\varepsilon = R_{eq} I \rightarrow I = \frac{\varepsilon}{9}, \quad I' = \frac{\varepsilon}{10}$$

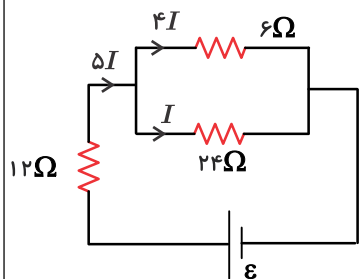
$$\rightarrow P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - r I^2 = \varepsilon \times \frac{\varepsilon}{9} - 1 \times \frac{\varepsilon^2}{81} = \frac{8\varepsilon^2}{81}$$

$$P'_{\text{خروجی}} = \varepsilon I' - r I'^2 = \varepsilon \times \frac{\varepsilon}{10} - 1 \times \frac{\varepsilon^2}{100} = \frac{9\varepsilon^2}{100}$$

تغییر توان به درصد:

$$\frac{P_{\text{خروجی}} - P'_{\text{خروجی}}}{P_{\text{خروجی}}} \times 100 = \left(1 - \frac{9 \times 81}{8 \times 100} \right) \times 100 = 8.875\%$$

۲۰۷ گزینه ۲

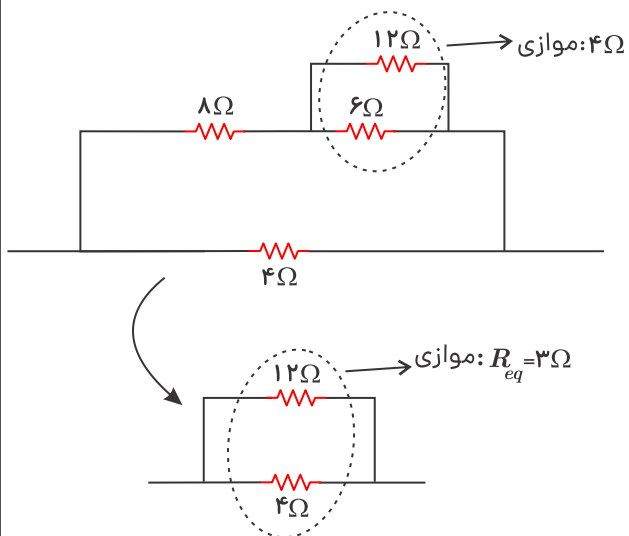


اگر جریان عبوری از مقاومت 24Ω برابر I باشد، جریان عبوری از مقاومت 6Ω و 12Ω به ترتیب برابر $4I$ و $5I$ می‌شود. در نتیجه داریم:

$$\frac{V_{12\Omega}}{V_{6\Omega}} = \frac{12 \times 5I}{6 \times 4I} = \frac{60I}{24I} = \frac{5}{2}$$

۲۰۸ گزینه ۳

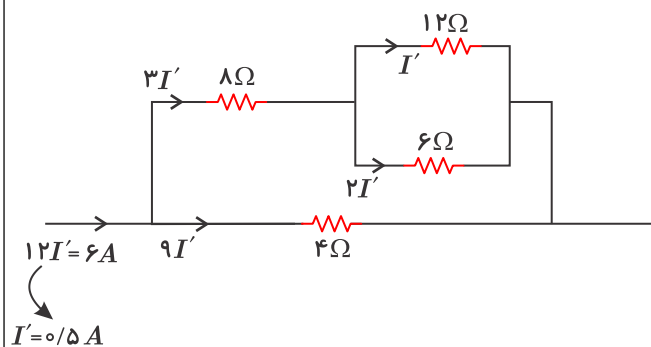
ابتدا شکل ساده‌شده‌ای از مدار را رسم می‌کنیم و مقاومت معادل را محاسبه می‌کنیم:



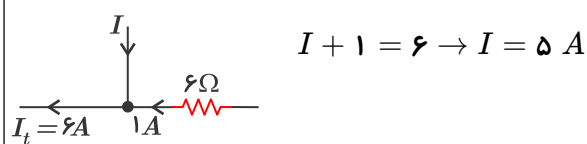
حال با داشتن مقاومت معادل، جریان کل مدار را به دست می‌آوریم:

$$I_t = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{18}{3 + 0} = 6A$$

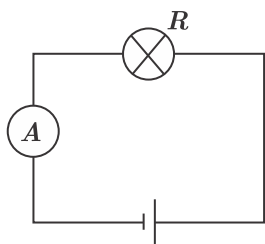
جریان گذرنده از هر یک از مقاومت‌ها را محاسبه می‌کنیم:



حال در گره مشخص شده داریم:

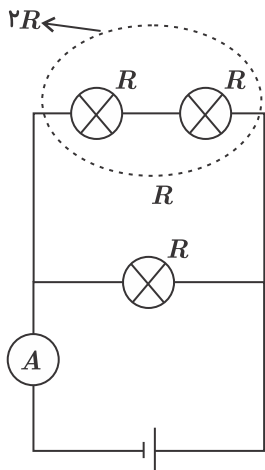


۲۰۹ گزینه ۱ در حالتی که کلید باز است، مقاومت معادل مدار برابر است با:



$$R_1 = R$$

در حالتی که کلید بسته است، مقاومت معادل مدار برابر است با:



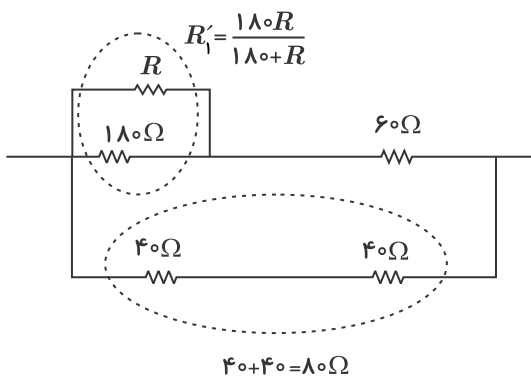
$$R_2 = \frac{2R \times R}{2R + R} = \frac{2}{3}R$$

بنابراین نسبت جریان در دو حالت برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{R}{\frac{2}{3}R} = \frac{3}{2} = 1,5$$

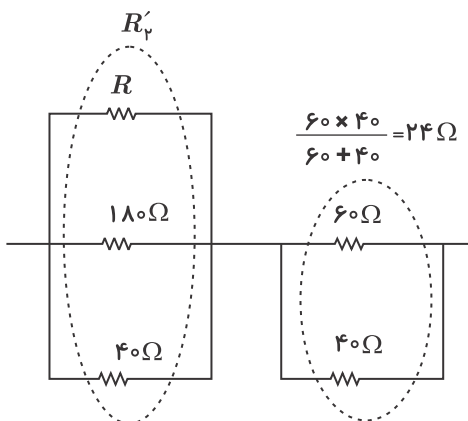
۲۱. گزینه ۳ مقاومت معادل را در هر دو حالت محاسبه می‌کنیم.

حالت اول: کلید باز



$$R_{eq1} = \frac{180 \times (R'_1 + 60)}{180 + R'_1 + 60}$$

حالت دوم: کلید بسته

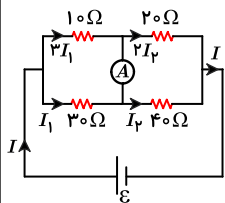


بهترین (کوتاه‌ترین!) راه، چک کردن گزینه‌ها است. داریم:

$$R_{eq1} = R_{eqr} \rightarrow \text{گزینه ۳: } R = 90\Omega \rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R'_1 = \frac{180 \times 90}{180 + 90} = 60\Omega \rightarrow R_{eq1} = \frac{80 \times (60 + 60)}{80 + (60 + 60)} = 48\Omega \\ \frac{1}{R'_r} = \frac{1}{90} + \frac{1}{180} + \frac{1}{40} = 60 \rightarrow R'_r = 24\Omega \rightarrow R_{eqr} = 24 + 24 = 48\Omega \end{array} \right.$$

۲۱۱ گزینه ۳



$$R_{eq} = \frac{10 \times 30}{10 + 30} + \frac{20 \times 40}{20 + 40} = \frac{15}{2} + \frac{40}{3} = \frac{45 + 80}{6} = \frac{125}{6}$$

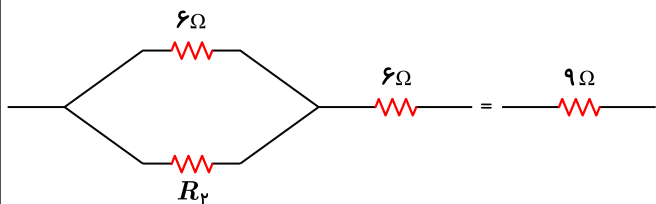
$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{50}{\frac{125}{6}} = \frac{300}{125} = \frac{12}{5} = 2.4A$$

$$4I_1 = 2.4 \rightarrow I_1 = 0.6A$$

$$3I_2 = 2.4 \rightarrow I_2 = 0.8A$$

$$\text{عدد آمپرسنج} = I_2 - I_1 = 0.8 - 0.6 = 0.2A = 200mA$$

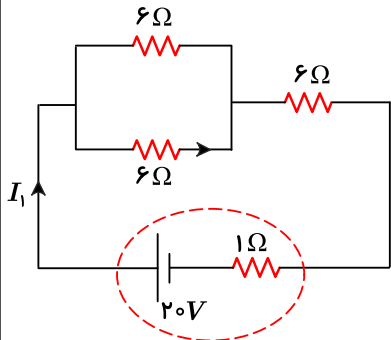
۲۱۲ گزینه ۳ الف)



$$\Rightarrow \frac{6R_r + 6}{6 + R_r} = 9 \Rightarrow \frac{6R_r}{6 + R_r} = 3$$

$$\Rightarrow 6R_r = 18 + 3R_r$$

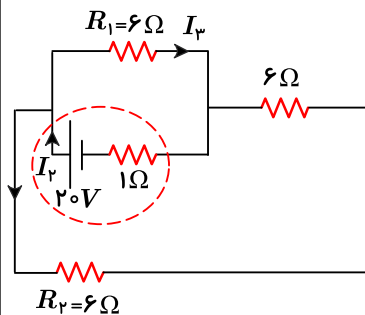
$$\Rightarrow R_r = 6\Omega$$



$$I_{R_r} = \frac{I_1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{20}{9 + 1} = 1A$$

$$P_{R_r} = RI^2 = 6 \times 1^2 = 6W$$

ب)



$$R_{eq} = \frac{(6 + 6) \times 6}{(6 + 6) + 6} = 4\Omega$$

$$I_r = \frac{20}{4 + 1} = 4A$$

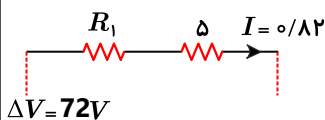
$$\varepsilon - rI_r = R_1 I_r \Rightarrow I_r = \frac{20 - 4 \times 1}{6} = \frac{16}{6}A$$

$$I'_{R_r} = I_r - I_r = 4 - \frac{16}{6} = \frac{8}{6}A$$

$$P'_{R_r} = R_r I'^2_{R_r} = 6 \times \left(\frac{8}{6}\right)^2 = \frac{32}{3}W$$

$$\Delta P = \frac{32}{3} - 6 = \frac{32}{3} - \frac{18}{3} = \frac{14}{3}W$$

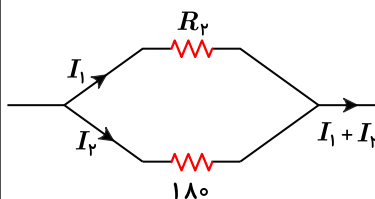
۲۱۳ گزینه ۳ مدار «الف»:



$$\Rightarrow (R_1 + 5)(0.8) = 72$$

$$\Rightarrow R_1 + 5 = 90 \Rightarrow R_1 = 85\Omega$$

مدار «ب»:

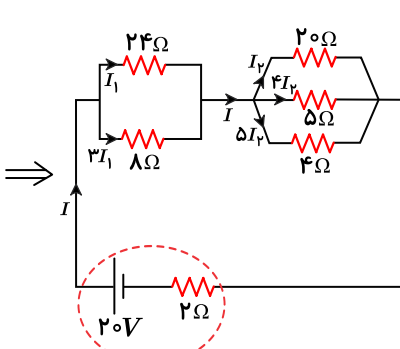
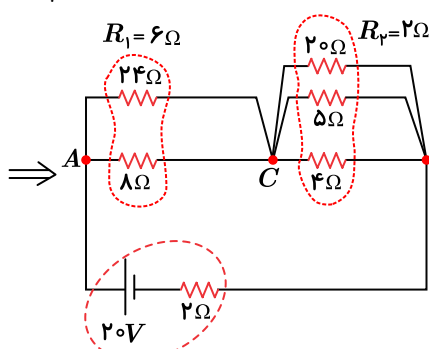
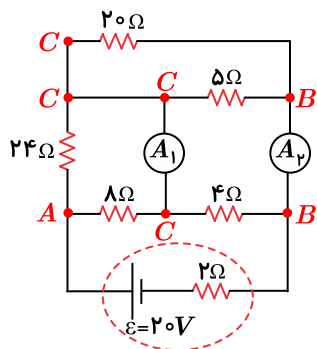


$$\frac{R_r \times 18}{R_r + 18} \times 0.8 = 72 \Rightarrow \frac{R_r \times 18}{R_r + 18} = 90$$

$$\Rightarrow 2R_r = R_r + 180 \Rightarrow R_r = 180\Omega$$

۲۱۴ گزینه ۳ ابتدا با نقطه گذاری مدار را ساده سازی و جریان هر مقاومت را مشخص می کنیم:

$$R_1 = \frac{24 \times 8}{24 + 8} = 6\Omega, \quad \frac{1}{R_r} = \frac{1}{20} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} \Rightarrow R_r = 2\Omega$$



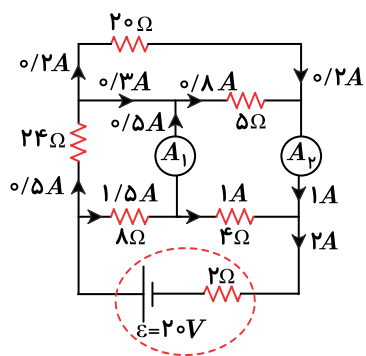
$$I = \frac{20}{6 + 2 + 2} = 2A$$

نکته: جریان در مدار با نسبت عکس مقاومت ها تقسیم می شود.

$$I_1 + 3I_1 = I = 2 \Rightarrow I_1 = 0.5A$$

$$I_r + 4I_r + 5I_r = I = 2 \Rightarrow I_r = 0.2A$$

با توجه به شکل مقابل، $A_1 = 0.5A$ و $A_2 = 1A$ است.



۲۱۵ گزینه ۳ مدار الف:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1} = \frac{20}{10} = 2A$$

مدار ب:

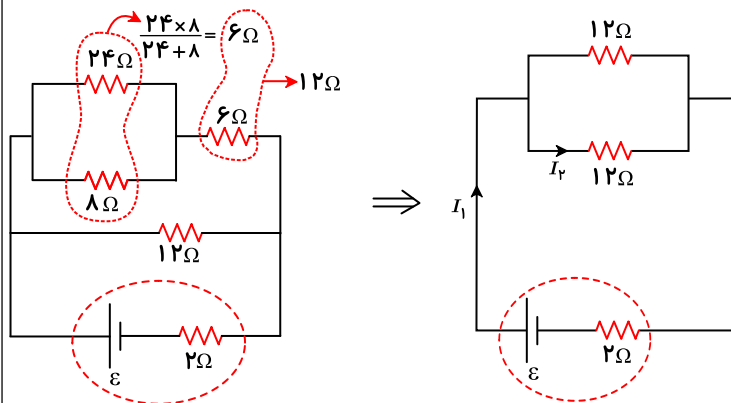
$$R_{eq} = \frac{10000}{1000 + 1} = \frac{10000}{1001} \Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{20}{\frac{10000}{1001}} = \frac{20 \times 1001}{10000} = 2.002A$$

$$I' - I = 2.002 - 2 = 0.002A = 2mA$$

۲۱۶ گزینه ۲

قبل از بستن کلید:



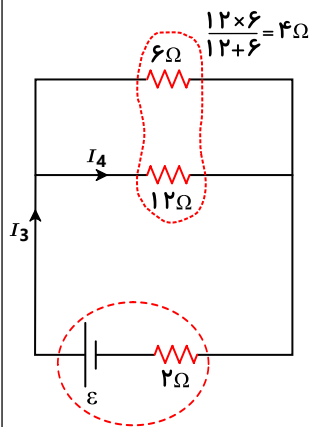
$$I_2 = \frac{I_1}{2}$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{\frac{12}{2} + 2} = \frac{\varepsilon}{8}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{\varepsilon}{16}$$

$$P = RI_2^2 \Rightarrow P_{12} = 12 \times \left(\frac{\varepsilon}{16}\right)^2$$

بعد از بستن کلید، مقاومت‌های 24Ω و 8Ω اتصال کوتاه می‌شوند:



$$I_3 = \frac{I_3}{3}$$

$$I_3 = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{4 + 2} = \frac{\varepsilon}{6}$$

$$I_4 = \frac{\varepsilon}{18} \Rightarrow$$

$$P'_{12} = 12 \times \left(\frac{\varepsilon}{18}\right)^2$$

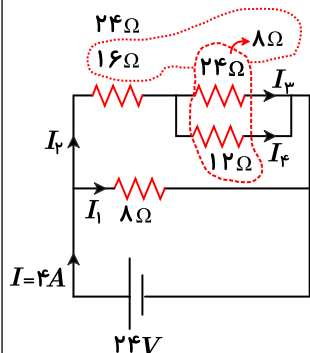
اختلاف توان در دو حالت را به دست می آوریم:

$$P'_{12} - P_{12} = \frac{12\varepsilon^2}{16^2} - \frac{12\varepsilon^2}{18^2} = \frac{12}{3}$$

$$12\varepsilon^2 \left(\frac{1}{16^2} - \frac{1}{18^2}\right) = \frac{12}{3} \Rightarrow \varepsilon = 24V$$

۲۱۷ گزینه ۳

نکته: جریان در سیم ها به نسبت عکس مقاومت ها تقسیم می شود.



$$R_{eq} = \frac{24 \times 8}{24 + 8} = 6\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{24}{6} = 4A$$

مقاومت معادل در شاخه بالایی 24Ω و در شاخه پایینی 8Ω است. چون 24 ، سه برابر 8 است پس جریان گذرنده از مقاومت 8Ω ، سه برابر جریان گذرنده از شاخه بالایی خواهد بود.

$$I_1 + I_2 = 4A \begin{cases} I_1 = 3A \\ I_2 = 1A \end{cases}$$

با همین نکته برای I_4 و I_5 خواهیم داشت:

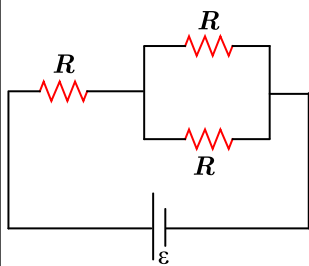
$$I_3 + I_5 = 1A \begin{cases} I_3 = \frac{1}{3}A \\ I_5 = \frac{2}{3}A \end{cases}$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت از رابطه $V = RI$ به دست می آید:

$$V = I_3 \times R = \frac{1}{3} \times 24 = 8V$$

۲۱۸ گزینه ۴

حالت اول:

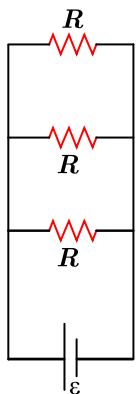


$$R_{eq} = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

$$P = \frac{\varepsilon^2}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon^2}{\frac{3R}{2}} = \frac{2\varepsilon^2}{3R}$$

$$\Rightarrow \varepsilon^2 = \frac{3}{2}PR$$

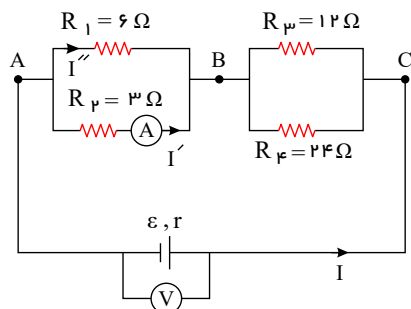
حالت دوم:



$$R_{eq} = \frac{R}{3}$$

$$P = \frac{\varepsilon^2}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon^2}{\frac{R}{3}} = \frac{3\varepsilon^2}{R} = 18$$

۲۱۹ گزینه ۲

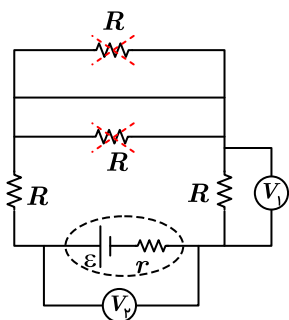


R_2 افزایش یابد، R_{eq} افزایش می‌یابد. بنابراین I ($I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}}$) کل کاهش می‌یابد.

$$\left\{ \begin{array}{l} V = \varepsilon - rI \xrightarrow{I \downarrow} V_{AC} \uparrow \\ V_{BC} = \underbrace{R_{3,4}}_{\text{ثابت}} I \downarrow \rightarrow V_{BC} \downarrow \end{array} \right. \xrightarrow{(V_{AC}=V_{AB}+V_{BC})} V_{AB} \uparrow \Rightarrow V_1 = V_{AB} \uparrow = \underbrace{R_1}_{\text{ثابت}} I'' \rightarrow I'' \uparrow$$

$$I = I' + I'' \xrightarrow{I \downarrow, I'' \uparrow} \text{عدد آمپرسنج } I' \downarrow$$

۲۲۰ گزینه ۴ با بستن کلید k ، مقاومت‌های R مطابق شکل، اتصال کوتاه و از مدار حذف می‌شوند.



$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

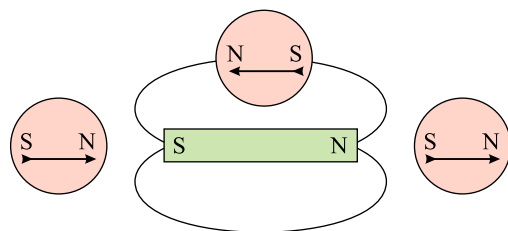
$$R_{eq} \downarrow \rightarrow I \uparrow$$

$$\uparrow V_1 = RI \Rightarrow \text{افزایش می یابد } V_1$$

$$\downarrow V_2 = \varepsilon - rI \Rightarrow \text{کاهش می یابد } V_2$$

بنابراین مقاومت کل مدار کاهش می یابد.

۲۲۱ گزینه ۴



می دانیم که میدان مغناطیسی در هر نقطه، مماس بر خط میدان در آن نقطه و هم جهت با قطب N عقربه

مغناطیسی است که در آن نقطه قرار می گیرد. بنابراین:

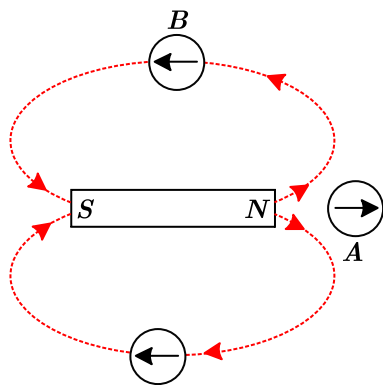
قطب A آهن ربا: N

جهت میدان مغناطیسی در M : $\leftarrow$

۲۲۲ گزینه ۴ با استفاده از قانون دست راست با توجه به درون سو بودن جریان سیم، میدان مغناطیسی اطراف سیم به صورت ساعتگرد ایجاد می شود؛ همچنین بردار میدان بر خطوط میدان مغناطیسی مماس است، پس میدان در نقطه A به سمت راست ($\rightarrow$) و در نقطه B به سمت بالا ($\uparrow$) است چون نقطه B فاصله بیشتری از سیم دارد، اندازه میدان نیز کمتر است.

۲۲۳ گزینه ۴

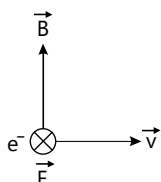
با رسم خطوط میدان مغناطیسی اطراف آهن ربا، داریم:



۲۲۴ گزینه ۳

با استفاده از قاعده دست راست برای بار منفی، گزینه (۳) درست است.

دقت کنید در اینجا که بار الکترون منفی، جهت نهایی یافته شده، با دست راست را باید برعکس کنید یا از دست چپ استفاده کنید.

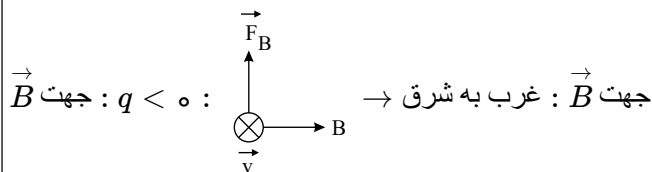
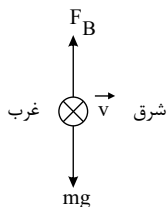


۲۲۵ گزینه ۳ چون قیدی روی سرعت یا میدان نداشته ایم پس لزومی ندارد B و v برهم عمود باشند، پس تنها گزینه «۳» می تواند درست باشد.

۲۲۶ گزینه ۴

$$m = 5gr, \quad v = 2.5 \times 10^3 \text{ m/s}, \quad q = -50 \mu C$$

اگر رو به شمال قرار گیریم ذره در امتداد عمود بر صفحه کاغذ و درون سو (جنوب به شمال)، پرتاب شده است:



$\vec{B}$ اندازه $\vec{B}$: $F_B = mg \rightarrow |q|vB \sin 90^\circ = mg$
 ذره جنوب به شمال پرتاب شده است.

با نگاهی به گزینه‌ها (هرچند در متن سؤال اشاره‌ای نشده است)، درمی‌یابیم که $\vec{v}$ و $\vec{B}$ بر هم عمودند.

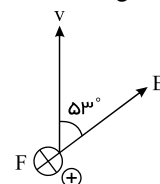
$$\rightarrow (50 \times 10^{-6})(2.5 \times 10^3)(B)(1) = (5 \times 10^{-3})(10)$$

$$\rightarrow B = \frac{5 \times 10^{-2}}{125 \times 10^{-3}} = 0.4 T$$

۲۲۷ گزینه ۴ طبق قاعده دست راست نیرو درون سو است. (اگر چهار انگشت در جهت v به گونه‌ای قرار گیرد که بردار میدان مغناطیسی از کف دست خارج شود، انگشت شست در جهت نیروی وارد بر ذره قرار می‌گیرد.)

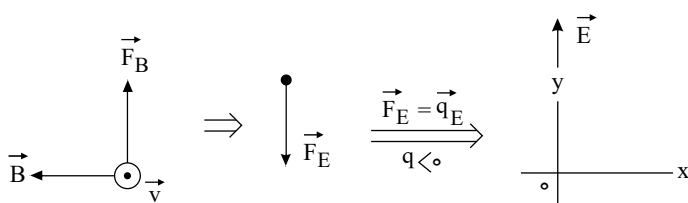
بزرگی نیروی مغناطیسی:

$$F = |q|vB \sin \alpha = (25 \times 10^{-6})(2 \times 10^5)(1)(0.8) \rightarrow \boxed{F = 4 N}$$



۲۲۸ گزینه ۴ گام اول: از وزن الکترون صرف نظر شده است. پس شرط این که الکترون بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد این است که:

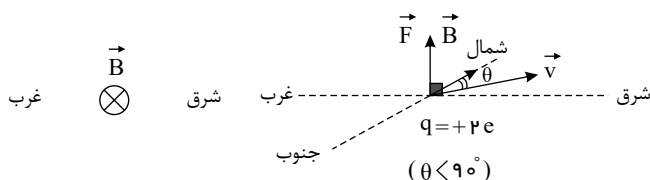
$$F_B = F_E \Rightarrow |q| v B \sin \theta = |q| E \frac{\theta=90^\circ}{\sin \theta=1} \Rightarrow E = vB = (2 \times 10^5)(40 \times 10^{-4}) \Rightarrow E = 800 \frac{N}{C}$$



گام دوم: با توجه به قانون دست راست (در اینجا برای بار منفی)، جهت نیروی مغناطیسی به سمت بالا می‌شود. بنابراین باید نیروی الکتریکی به سمت پایین باشد تا نیروی مغناطیسی را خنثی کند. حالا چون نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی است، بنابراین میدان الکتریکی به سمت بالا می‌باشد.

$$\vec{E} = 800 \vec{j} = (8 \times 10^2) \vec{j}$$

۲۲۹ گزینه ۱ فرض کنید شمال جغرافیایی در مقابل ما قرار دارد.



ذره α ، هسته اتم هلیوم بوده و بار الکتریکی آن: $q = +2e$ می باشد. طبق قانون دست راست اگر چهار انگشت دست راست در جهت حرکت به گونه ای قرار گیرد که بردار میدان مغناطیسی از کف دست خارج شود، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره α در امتداد قائم رو به بالا است.

۲۳۰ گزینه ۱ محاسبه نیروی وارد بر ذره α :

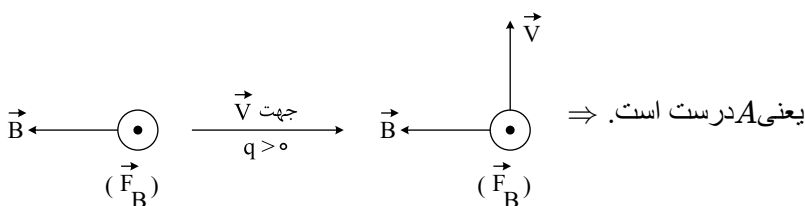
$$F = ma \Rightarrow |q|vB \sin \alpha = ma \Rightarrow B = \frac{ma}{|q|v \sin \alpha} = \frac{(6.68 \times 10^{-27})(4 \times 10^5)}{(2 \times 1.6 \times 10^{-19})(50)(1)}$$

$$\Rightarrow B = \frac{26.72 \times 10^{-22}}{1.6 \times 10^{-17}} = 16.7 \times 10^{-5} T = 1.67 \times 10^{-4} T = 1.67 G$$

۲۳۱ گزینه ۱ گام اول: برای اینکه نیروی وارده بیشینه شود باید نیروی وارده از طرف میدان الکتریکی بر ذره یعنی $\vec{F}_E$ و نیروی وارده از طرف میدان مغناطیسی بر ذره یعنی $\vec{F}_B$ هم جهت باشند. چون تعیین تکلیف $\vec{F}_E$ راحت تر است از $\vec{F}_E$ شروع می کنیم. (چرا؟)

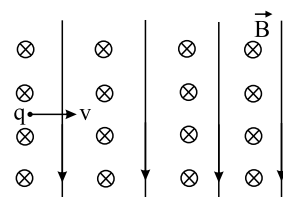
گام دوم: چون $q > 0$ و $\vec{E} \odot$ در نتیجه $\vec{F}_E \odot$ (برون سو است)

گام سوم: چون $\vec{F}_E$ برون سو است برای اینکه (F_{net}) بیشینه باشد بایستی $\vec{F}_B$ هم برون سو (هم جهت $\vec{F}_E$) باشد. چون $q > 0$ و جهت $\vec{B}$ از راست به چپ داده شده $(\leftarrow \vec{B})$ اگر از قانون دست راست کمک بگیریم:



۲۳۲ گزینه ۳

$$\begin{cases} q = 2\mu C = 2 \times 10^{-6} C > 0 \\ v = 2 \times 10^4 \frac{m}{s} \\ B = 0.2 T \\ E = 500 \frac{N}{C} \end{cases}$$



گام اول: از طرف میدان الکتریکی به بار $q > 0$ نیروی $F_E = qE$ هم جهت با میدان الکتریکی $\vec{E}$ به بار q وارد می شود.

$$F_E = qE = (2 \times 10^{-6})(500) = 10^{-3} (N)$$

گام دوم: از طرف میدان مغناطیسی نیز به بار q نیروی $\vec{F}_B$ وارد می شود:

$$F_B = qvB \sin 90^\circ = qvB = (2 \times 10^{-6})(2 \times 10^4)(2 \times 10^{-2}) = 8 \times 10^{-4} (N) = 0.8 \times 10^{-3}$$

جهت F_B طبق قانون دست راست و مثبت بودن q به طرف بالا است:

$$F_B \uparrow, F_E \downarrow \quad F_{net} = F_E - F_B = 10^{-3} - 0.8 \times 10^{-3} = 0.2 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-4} N \text{ (رو به پایین)} \quad (F_E > F_B)$$

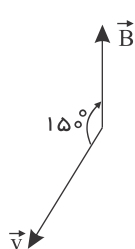
۲۳۳ گزینه ۱ بدیهی که با استفاده از قانون دست راست، اگر چهار انگشت دست راست در جهت $\vec{v}$ به گونه‌ای قرار گیرد که بردار میدان $\vec{B}$ از کف دست خارج شود، انگشت شست جهت نیروی وارد بر آن را در جهت $\vec{j} +$ نشان می‌دهد، پس شتاب نیز در همان جهت است.

$$F = qVB \sin \theta \xrightarrow{\vec{F}=ma} m\vec{a} = qVB \sin \theta \rightarrow \vec{a} = \frac{qVB \sin \theta}{m}$$

$$\rightarrow \vec{a} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 10^4 \times 170 \times 10^{-4} \times (1)}{1.7 \times 10^{-27}} \rightarrow \vec{a} = 1.6 \times 10^{10} \vec{j}$$

۲۳۴ گزینه ۴

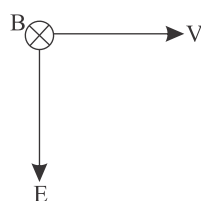
قبل از هر چیز، دقت کنید که بار الکتریکی منفی است (الکترون است) پس اگر از قاعده دست راست استفاده کردیم، باید جهت نهایی یافته شده را عکس کنیم یا از همان اول از قاعده دست چپ استفاده کنیم که در این صورت نیروی وارد بر الکترون برون سو خواهد بود. (چهار انگشت دست چپ را روی V قرار داده و به گونه‌ای ببینید که چهار انگشت در امتداد B قرار گیرد، در این صورت نیروی وارد بر ذره، هم سو با انگشت شست، یعنی در اینجا برون سو خواهد بود.)



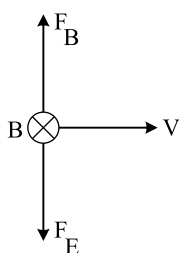
$$F = qVB \sin \theta = 1.6 \times 10^{-19} \times 10^4 \times 200 \times 10^{-4} \times \frac{1}{2} \rightarrow F = 8 \times 10^{-16} N \odot$$

۲۳۵ گزینه ۱ برای اینکه این ذره بتواند در این دو میدان مغناطیسی و الکتریکی عمود بر هم، بدون انحراف حرکت کند، باید نیروهای الکتریکی و مغناطیسی وارد بر ذره، یکدیگر را خنثی می‌کنند، یعنی:

$$F_{net} = 0 \rightarrow F_E = F_B \rightarrow E \cdot q = qvB \rightarrow E = v \cdot B \rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{10^3}{1000 \times 10^{-4}} \rightarrow v = 10^4 \frac{m}{s}$$



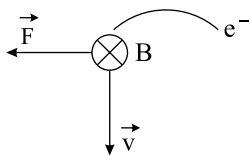
و در اینجا است، اگر چهار انگشت دست راست در جهت میدان الکتریکی E به گونه‌ای قرار گیرد که برداری میدان مغناطیسی B از کف دست خارج شود، انگشت شست، جهت سرعت ذره را نمایش می‌دهد، یعنی در اینجا:



۲۳۶ گزینه ۳ با توجه به قاعده دست راست، اگر چهار انگشت دست راست خود را بر روی صفحه در جهت سرعت ذره به گونه‌ای قرار دهیم که انگشت شست در

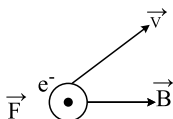
جهت نیروی F قرار گیرد، بردار میدان مغناطیسی از کف دست خارج می‌شود که در اینجا برای بار مثبت برون‌سو خواهد بود. بدیهی است که چون

الکترون دارای بار منفی است جهت میدان در خلاف جهتی است که با قاعده دست راست یافته‌ایم، یعنی در اینجا درون‌سو خواهد بود. تذکر: از همان ابتدا با استفاده از دست چپ هم می‌توان به پاسخ رسید.



گزینه ۱ برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک، از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم به گونه‌ای که اگر چهار انگشت دست راست در جهت حرکت ذره به گونه‌ای قرار گیرد که بردار میدان مغناطیسی از کف دست خارج شود، انگشت شست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک مثبت را نشان می‌دهد (در اینجا برای بار مثبت درون‌سو می‌شود) ولی از آنجا که الکترون دارای بار الکتریکی منفی است، جهت یافته شده، در خلاف جهت نیروی وارد بر ذره باردار منفی است، پس جهت نیروی وارد بر الکترون در اینجا برون‌سو است.

گزینه ۲ اگر از قاعده دست راست استفاده کنیم، در نهایت باید جهت یافته‌شده را عکس کنیم چون الکترون دارای بار منفی است. حال اگر چهار انگشت دست راست در جهت $\vec{v}$ به گونه‌ای قرار گیرد که بردار $\vec{B}$ از کف دست خارج شود، انگشت شست جهت نیروی وارد بر ذره مثبت را درون‌سو نمایش می‌دهد، پس در اینجا، این نیرو، برون‌سو است.



گزینه ۱ از آنجا که بزرگی نیرویی که از طرف میدان بر الکترون وارد می‌شود، بیشینه است، بردار سرعت، عمود بر میدان است و داریم:

$$F = qvB \sin \theta \xrightarrow{\sin \theta = 1} 4 \times 10^{-14} = 1.6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^5 \times B \times 1 \Rightarrow B = 0.5 T$$

حال با توجه به قاعده دست راست، اگر چهار انگشت دست راست را عمود بر صفحه به طرف بیرون به گونه‌ای قرار دهیم که انگشت شست به طرف پایین باشد، کف دست به طرف غرب خواهد بود ولی از آنجا که الکترون دارای بار منفی است، جهت میدان مغناطیسی در خلاف جهت غرب یعنی شرق است. (تذکر: از همان ابتدا می‌توان برای تعیین جهت‌ها برای بارهای منفی، از دست چپ استفاده کرد.)

گزینه ۲۴۰

با توجه به قاعده دست راست، اگر چهار انگشت دست راست در جهت حرکت ذره، به گونه‌ای قرار گیرد که بردار میدان مغناطیسی از کف دست خارج شود، انگشت شست، نیروی وارد بر ذره باردار مثبت را نشان می‌دهد. در اینجا چون الکترون دارای بار منفی است، جهت مشخص شده از قانون دست راست را عکس می‌کنیم. (یا از همان اول از دست چپ استفاده می‌کنیم)

گزینه ۴ طبق رابطه $F = |q|vB \sin \alpha$ داریم:

$$[F] = [q][v][B] \rightarrow [B] = \frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} = \frac{N \cdot s}{C \cdot m} \xrightarrow{N = \frac{kgm}{s^2}} [B] = \frac{kg \cdot m \cdot s}{s^2 \cdot C \cdot m} = \frac{kg}{C \cdot s}$$

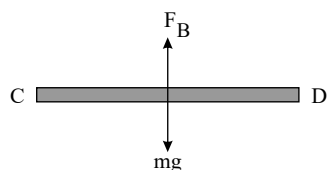
گزینه ۴ از قانون دست راست استفاده می‌کنیم، ولی چون بار الکترون منفی است، نتیجه را برعکس در نظر می‌گیریم. دست را طوری قرار می‌دهیم که چهار انگشت به سمت راست باشد و میدان از کف دست خارج شود. در این صورت انگشت شست به سمت پایین صفحه قرار خواهد گرفت؛ پس الکترون برعکس این جهت یعنی به سمت بالا منحرف می‌شود.

گزینه ۲ نیرو همواره بر سرعت و میدان عمود است و جهت نیرو باید از قاعده دست راست پیروی کند.

گزینه ۱ در ابتدا اطلاعات سوال را برحسب یکای SI آنها می‌نویسیم:

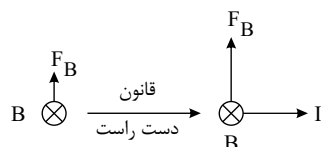
$$m = 160g = 16 \times 10^{-2} kg, \quad L = 80cm = 0.8m, \quad B = 0.4T$$

برای اینکه از طرف میله به فنرها نیرویی وارد نشود، باید تمام وزن میله توسط نیروی مغناطیسی خنثی شود.



$$F_B = mg \rightarrow ILB \sin 90^\circ = mg \rightarrow I \times \frac{8}{10} \times \frac{4}{10} \times 1 = (16 \times 10^{-2})(10)$$

$$\rightarrow I = \frac{160}{32} = 5A$$



I از C به D است، بنابراین جواب نهایی: $5A$ از C به D است.

I : جهت چهار انگشت دست راست

B : جهت خم شدن انگشتان دست راست

F : جهت انگشت شست دست راست

۲۴۵ گزینه ۴

$$\begin{cases} F = qvB \sin \alpha \rightarrow B = \frac{F}{qv \sin \alpha} \left(\frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} \right) \Rightarrow \left(\frac{N}{m \cdot A} \right) \\ I = \frac{q}{t} \left(\frac{C}{s} A \right) \end{cases}$$

۲۴۶ گزینه ۱ اگر رابطه نیروی وارد بر سیم راست از طرف میدان مغناطیسی را بنویسیم و نیوتون را بر حسب یکاهای اصلی بیان کنیم داریم:

$$F = IlB \sin \theta$$

$$B = \frac{F}{Il} \Rightarrow [B] = \frac{N}{A \cdot m} = \frac{kg \frac{m}{s^2}}{A \cdot m} \rightarrow [B] = \frac{kg}{A \cdot s^2}$$

پس یکای میدان مغناطیسی بر حسب یکاهای اصلی SI معادل $\frac{kg}{A \cdot s^2}$ است.

۲۴۷ گزینه ۴ در ابتدا بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را می‌یابیم:

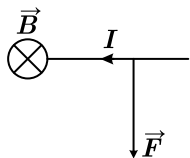
$$F = IlB \sin \theta \xrightarrow[B=0.5G=5 \times 10^{-5}T, \theta=90^\circ]{I=2.5A, \ell=2.4m} F = (2.5)(2.4)(5 \times 10^{-5})(\sin 90^\circ) \Rightarrow F = 3 \times 10^{-4} N$$

حال با استفاده از قاعده دست راست، جهت این نیرو را به دست می‌آوریم، به گونه‌ای که اگر چهار انگشت دست راست خود را روی سیم در جهت $\vec{B}$ (که در اینجا درون‌سو است) جریان به گونه‌ای قرار دهیم که کف دست روی صفحه قرار گیرد (بردار میدان مغناطیسی از کف دست خارج شود که در اینجا درون‌سو است) انگشت شست جهت نیروی وارد بر سیم را نشان می‌دهد که در اینجا رو به پایین است.

۲۴۸ گزینه ۴ برای تعیین بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان از طرف میدان مغناطیسی داریم:

$$F = IlB \sin \theta \Rightarrow F = 4 \times 2 \times (500 \times 10^{-4})(\sin 37^\circ) \\ \Rightarrow F = 8 \times 5 \times 10^{-2} \times 0.6 \Rightarrow F = 2.4 \times 10^{-1} N$$

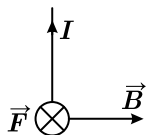
۲۴۹ گزینه ۳



(قاعده دست راست)

$$F = ILB \sin \theta = 2 \times 2 \times 0.45 \times 10^{-4} = 1.8 \times 10^{-4} N$$

۲۵۰ گزینه ۴



(قانون دست راست)

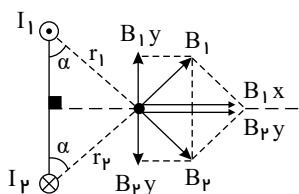
۲۵۱ گزینه ۱

$$F = ILB \sin \theta$$

$$F = 4000 \times 100 \times 0.5 \times 10^{-4} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} N$$

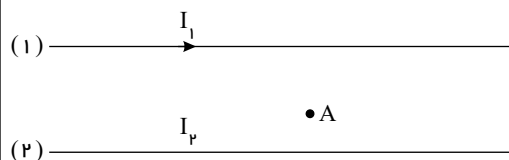
۲۵۲ گزینه ۱ از قانون دست راست استفاده می‌کنیم، اما چون بار الکترون منفی است، نتیجه را برعکس می‌کنیم اگر دست را طوری قرار دهیم که انگشت شست در جهت $\vec{F}$ قرار بگیرد و ۴ انگشت در جهت $\vec{v}$ ، کف دست به سمت داخل صفحه است؛ پس میدان درون‌سو است.

۲۵۳ گزینه ۱



چون $I_1 = I_2$ و $r_1 = r_2$ (تقارن در شکل) در می‌یابیم: $B_1 = B_2$ و $B_{2y} = B_{1y}$ پس $B_T = B_{1x} + B_{2x}$

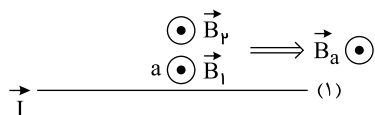
۲۵۴ گزینه ۴



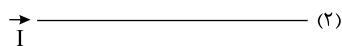
گام اول: میدان ناشی از سیم I_1 در محل A ، درون‌سو است. بنابراین برای اینکه میدان مغناطیسی برآیند حاصل از دو سیم در A صفر شود بایستی میدان مغناطیسی حاصل از سیم I_2 در A ، برون‌سو شود و لازمه این کار این است که جریان I_2 هم‌جهت I_1 باشد.

گام دوم: چون نقطه A به سیم (۲) نزدیک‌تر است، جریان I_1 باید از I_2 بزرگ‌تر باشد تا جبران فاصله بیشتر I_2 از نقطه A را بنماید.
(تذکر: به‌طور کلی، اگر در نقطه‌ای بین دو سیم راست و موازی حامل جریان، میدان مغناطیسی برآیند صفر شود، جریان سیم‌ها هم‌سو بوده و نقطه موردنظر به سیم حامل جریان کمتر، نزدیک‌تر است.)

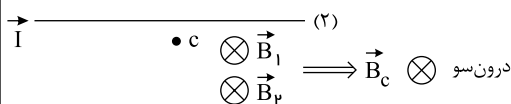
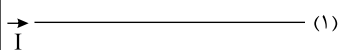
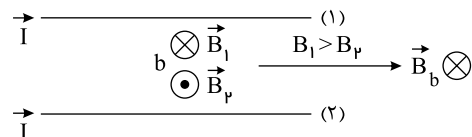
۲۵۵ گزینه ۲



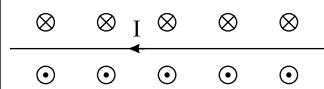
قبل از هر چیز می‌دانیم که بزرگی میدان مغناطیسی در اطراف یک سیم راست؛ (۱) با جریان عبوری از سیم رابطه مستقیم دارد. (۲) با فاصله از سیم رابطه عکس دارد. حال به تحلیل میدان مغناطیسی برآیند در برون سو



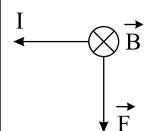
نقاط داده شده می‌پردازیم. نقطه a: اگر انگشت شست دست راست خود را در جهت جریان I و بر روی سیم قرار دهیم، چهار انگشت در حالت بسته شدن، جهت میدان مغناطیسی در اطراف سیم را نشان می‌دهند و از آنجا که بردار میدان مغناطیسی مماس بر خط میدان در هر نقطه است، داریم:



۲۵۶ گزینه ۳

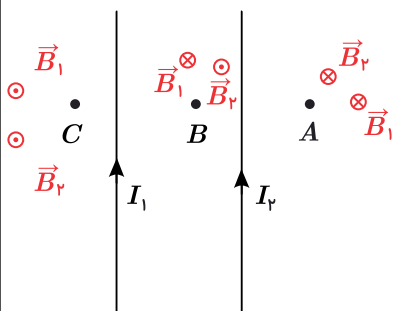


اگر انگشت شست دست راست سیم و در جهت جریان قرار گیرد، چهار انگشت در حالت بسته شدن، جهت میدان مغناطیسی در اطراف سیم حامل جریان را نشان می‌دهند که با توجه به جهت میدان مغناطیسی نشان داده شده جهت جریان در سیم به طرف چپ است.



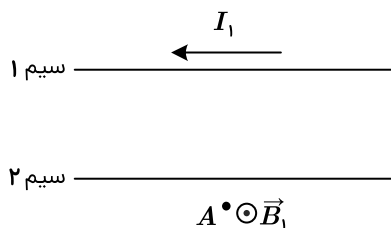
حال اگر این سیم در یک میدان مغناطیسی خارجی درون سو قرار گیرد، از طرف میدان نیروی F به طرف پایین به آن وارد می‌شود. (قاعده دست راست)

۲۵۷ گزینه ۱



درنوسو $B_T \rightarrow$ نقطه A
برونسو $B_2 > B_1 \rightarrow B_T \rightarrow$ نقطه B
برونسو $B_T \rightarrow$ نقطه C

۲۵۸ گزینه ۴

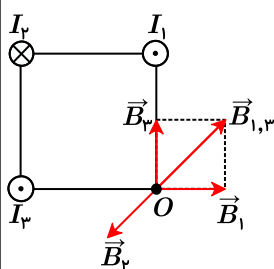


چون میدان حاصل از سیم (۱) در نقطه A برون سو است، برای اینکه برآیند میدانها صفر شود، باید میدان حاصل از سیم ۲، درون سو باشد. پس جهت جریان سیم ۲ به سمت راست می شود و چون نقطه A به سیم ۲ نزدیک تر است، باید $I_2 < I_1$ باشد.

۲۵۹ گزینه ۲ توجه کنید که چون ذره باردار، بار منفی دارد، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر آن در خلاف جهتی است که طبق قانون دست راست به دست می آید.

۲۶۰ گزینه ۳ با افزایش فاصله از سیم میدان مغناطیسی ضعیف می شود؛ بنابراین باید فاصله خطوط میدان افزایش یابد (رد گزینه های ۲ و ۴). از طرفی طبق قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی در اطراف سیمی که جریان آن برون سو است، پادساعتگرد خواهد بود.

۲۶۱ گزینه ۲



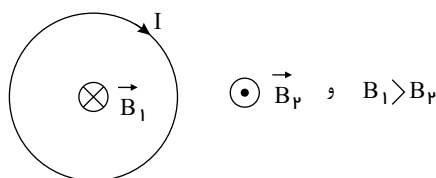
بردار برآیند (B_T) هم جهت با $B_{1,3}$ است. $|B_2| < |B_1 = B_3| \Rightarrow |B_2| < |B_{1,3}| = |B_1|\sqrt{2} \Rightarrow$

۲۶۲ گزینه ۲

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 200 \times 5}{60 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^{-3} T$$

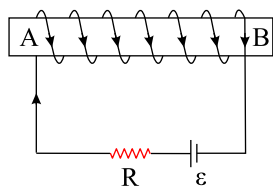
۲۶۳ گزینه ۲

به تراکم خطوط میدان مغناطیسی درون حلقه و بیرون آن در شکل کتاب درسی توجه فرمائید.

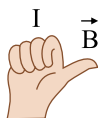


بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز حلقه، بیشتر از بقیه نقاط و میدان در بیرون حلقه بسیار ضعیف تر از مرکز حلقه است. با توجه به آنچه آموخته ایم، اگر انگشت شست دست راست در جهت جریان قرار گیرد میدان در مرکز حلقه درون سو و در بیرون حلقه برون سو خواهد بود.

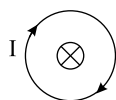
۲۶۴ گزینه ۲



با توجه به جهت جریان در سیملوله، اگر چهار انگشت دست راست روی سیملوله در جهت جریان قرار گیرد، جهت میدان مغناطیسی و قطب N آهنربا، توسط انگشت شست معلوم شده و به صورت زیر است:



۲۶۵ گزینه ۲



می دانیم که اگر انگشت شست دست راست روی سیم در جهت جریان قرار گیرد، چهار انگشت در حالت بسته شدن، جهت میدان مغناطیسی در اطراف سیم را نشان می دهد. بنابراین در اینجا جریان حلقه ساعتگرد بوده و جهت میدان مغناطیسی در مرکز حلقه، درون سو است.

۲۶۶ گزینه ۳ برای تعیین بزرگی میدان در مرکز سیملوله داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 500 \times 0.8}{0.2} \Rightarrow B = 24 \times 10^{-4} T = 24 G$$

۲۶۷ گزینه ۳

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 500 \times 400 \times 10^{-3}}{10^{-1}} = 240 \times 10^{-5} = 24 \times 10^{-4} T = 24 G$$

۲۶۸ گزینه ۳

$$157 \times 10^{-4} = 4 \times 3.14 \times 10^{-7} \times \frac{N \times 2.5}{10^{-1}} \rightarrow N = 500$$

۲۶۹ گزینه ۳ مطابق متن کتاب درسی.

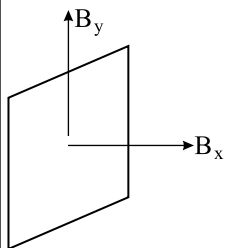
۲۷۰ گزینه ۳ به متن کتاب درسی مراجعه شود.

۲۷۱ گزینه ۴ دوقطبی مغناطیسی مواد پارامغناطیسی به صورت کاتوره ای سمت گیری کرده اند و این مواد در حضور میدان مغناطیسی خارجی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقتی پیدا می کنند.

۲۷۲ گزینه ۱

۲۷۳ گزینه ۲ اتم های مواد دیامغناطیسی، نظیر مس، نقره و سرب، به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی اند. در واقع هیچ یک از اتم های این مواد، دارای دوقطبی مغناطیسی خالصی نیستند؛ با وجود این، حضور میدان مغناطیسی خارجی می تواند سبب القای دوقطبی های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی، در آنها شود.

۲۷۴ گزینه ۴



در اینجا چون سطح قاب عمود بر محور x است، پس فقط مؤلفه افقی میدان مغناطیسی از قاب عبور می‌کند؛ بنابراین شار مغناطیسی عبوری از سطح قاب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\phi = B_x A \cos 0 = 0.05 \times (20 \times 20 \times 10^{-4})$$

$$\Rightarrow \phi = 2 \times 10^{-3} \text{ Wb} = 0.002 \text{ Wb}$$

۲۷۵ گزینه ۴

$$\Phi = AB \cos \theta \rightarrow \Phi = 30 \times 30 \times 10^{-4} \times 400 \times 10^{-4} = 36 \times 10^{-4} = 3.6 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

۲۷۶ گزینه ۴ شار مغناطیسی از بیشینه مقدار خود در شکل (الف)، به صفر در شکل (ب) می‌رسد.

$$\Phi_1 = \Phi_{max} = BA \cos 0^\circ = 0.05 \times 40 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$\Phi_2 = 0$$

$$\Delta \Phi = -\Phi_1 = -2 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

۲۷۷ گزینه ۴ با استفاده از قانون القای فاراده داریم:

$$\Phi_1 = 4 \times 10^{-3} \cos\left(100\pi \times \frac{1}{200}\right) = 4 \times 10^{-3} \times \underbrace{\cos \frac{\pi}{2}}_0 = 0$$

$$\Phi_2 = 4 \times 10^{-3} \cos\left(100\pi \times \frac{1}{100}\right) = 4 \times 10^{-3} \times \underbrace{\cos \pi}_{-1} = -4 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$|\bar{\epsilon}| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = 60 \times \frac{4 \times 10^{-3}}{\frac{1}{100} - \frac{1}{200}} = 48 \text{ V}$$

۲۷۸ گزینه ۱ اگر سیم یا میله‌ای روی یک قاب U شکل با سرعت v حرکت کند و میدان مغناطیسی عمود بر قاب باشد نیروی محرکه القایی از رابطه $\bar{\epsilon} = BLv$ به دست می‌آید. داریم:

$$\bar{\epsilon} = Blv \rightarrow v = \frac{0.15}{0.25 \times 0.12} = 5 \text{ m/s}$$

با حرکت میله به طرف چپ، مساحت و شار عبوری کاهش می‌یابد. طبق قانون لنز باید میدان القایی هم‌جهت با میدان اصلی باشد. طبق قاعده دست راست، جریان القایی در قاب پادساعتگرد و از N به M است.

۲۷۹ گزینه ۴ با استفاده از قانون القای فاراده داریم:

$$\bar{\epsilon} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

اگر زاویه بین نیم‌خط عمود بر حلقه را در ابتدا برابر $\theta_1 = 0$ بگیریم در نهایت این زاویه برابر $\theta_2 = 180^\circ$ می‌شود.

$$\Delta \phi = \phi_2 - \phi_1 = (AB \cos \theta_2 - AB \cos \theta_1) = -0.08 \times 50 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = \frac{-1000 \times \frac{-8}{100} \times 50 \times 10^{-4}}{\frac{1}{100}} = 40$$

۲۸۰ گزینه ۱

با استفاده از قانون القای فاراده داریم:

$$\mathcal{E} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \rightarrow \text{ولت} = \frac{\text{وبر}}{\text{ثانیه}}$$

۲۸۱ گزینه ۳ کافی است از قانون لنز کمک بگیریم.

$\Phi \uparrow \rightarrow B \uparrow \rightarrow$ هنگام ورود آهن ربا به حلقه

I القایی پادساعتگرد $\rightarrow B'$ القایی در خلاف جهت B اصلی در حلقه به وجود می آید تا با افزایش Φ مخالفت کند

B' القایی هم سو با B اصلی در حلقه به وجود می آید تا با کاهش Φ مخالفت کند $\rightarrow \Phi \downarrow \rightarrow B \downarrow \rightarrow$ هنگام خروج آهن ربا از حلقه

I القایی از دید ناظر بالای حلقه، ساعتگرد است. $\rightarrow$

۲۸۲ گزینه ۴

در رابطه $\Phi = AB \cos \theta$ ، θ زاویه بین میدان و خط عمود بر حلقه است، بنابراین:

$$\begin{cases} \varphi = AB \cos \theta = (200 \times 10^{-4})(4 \times 10^{-3})(\underbrace{\cos 30^\circ}_{\frac{\sqrt{3}}{2}}) \\ \Rightarrow \varphi = 4\sqrt{3} \times 10^{-5} \text{ Wb} \\ \theta = 90^\circ - (\text{زاویه بین میدان و سطح حلقه}) \Rightarrow \theta = 30^\circ \end{cases}$$

۲۸۳

گزینه ۲ در نمودار $B - t$ شیب نمودار برابر $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ است و چون شیب نمودار ثابت است $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ در تمام بازه های زمانی یکسان است، بنابراین برای محاسبه

$\frac{\Delta B}{\Delta t}$ درباره 0 تا 30 ms ، مقدار آن را درباره 0 تا 40 ms پیدا می کنیم. داریم:

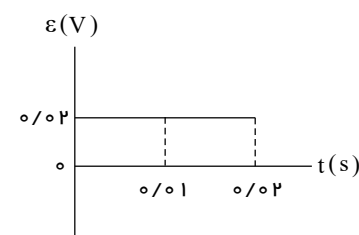
$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)_{0-30 \text{ ms}} &= \left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)_{0-40 \text{ ms}} = \frac{0 - 0.4}{40 - 0} = -\frac{0.4}{400} \left(\frac{T}{\text{ms}}\right) = -\frac{1}{50} \frac{T}{\text{ms}} \Rightarrow \bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = -NA \frac{\Delta B}{\Delta t} \cos \alpha \\ \xrightarrow[\cos 0 = 1]{\alpha = 0} \Rightarrow \bar{\mathcal{E}} &= -(500)(40 \times 10^{-4}) \left(-\frac{1}{50 \times 10^{-3}}\right) \Rightarrow \bar{\mathcal{E}} = 40 \text{ V} \end{aligned}$$

۲۸۴

گزینه ۲ چون نمودار $(\phi - t)$ به صورت یک خط مایل با شیب ثابت است بنابراین $\frac{\Delta \phi}{\Delta t}$ در هر بازه زمانی در این نمودار داده شده ثابت است. برای سهولت و

تسریع در حل بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 0.1 \text{ s}$ را انتخاب می کنیم:

$$\mathcal{E} = \bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -(1) \left(\frac{0 - 2 \times 10^{-3}}{0.1 - 0}\right) = 0.2 \text{ V}$$

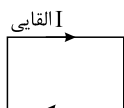
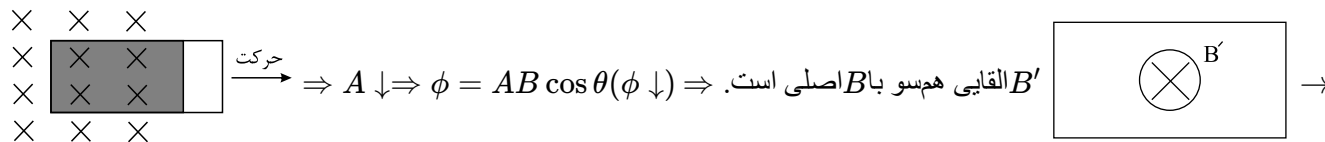


۲۸۵ گزینه ۲ در هر میلی ثانیه $(\Delta t = 10^{-3} \text{ s})$ ، شار مغناطیسی 0.2 Wb ویر کاهش می یابد $(\Delta \phi = -0.2 \text{ Wb})$ ، بنابراین:

$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -(1) \left(\frac{-0.02}{10^{-3}} \right) = 20V \rightarrow \bar{\varepsilon} = 20V$$

و جهت جریان القایی:

با خارج شدن حلقهٔ رسانا از میدان مغناطیسی ← مساحتی از حلقه که داخل میدان است کاهش می‌یابد. ← بنابراین میدان مغناطیسی القایی به گونه‌ای به وجود می‌آید که با کاهش شار مغناطیسی ϕ مخالفت کند یعنی B' القایی با B اصلی (اولیه موجود در شکل سؤال) هم‌جهت باشد. ← طبق قانون دست راست جهت جریان القایی می‌بایست ساعتگرد باشد تا این B' القایی به وجود آمده باشد. (جریان القایی این B' القایی را به وجود آورده است).



۲۸۶ گزینه ۴ چون جهت میدان مغناطیسی درون سو و در حال کاهش است، پس جریان القایی باید به گونه‌ای باشد که میدان مغناطیسی القایی نیز درون سو بوده تا از کاهش میدان جلوگیری کند بنابراین، جهت جریان القایی ساعتگرد است. حال داریم:

$$|\bar{\varepsilon}| = \left| \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right| = \left| \frac{A(\Delta B) \cos \theta}{\Delta t} \right| = \frac{600 \times 10^{-4} \times 200 \times 10^{-4}}{10^{-3}} \rightarrow |\bar{\varepsilon}| = 12V$$

۲۸۷ گزینه ۱ با توجه به تغییر شار مغناطیسی داریم:

$$|\bar{I}| = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} = \frac{N \Delta \phi}{R \Delta t} = \frac{20 \times 0.015}{15 \times 0.1} \Rightarrow \bar{I} = 2A$$

۲۸۸ گزینه ۴ وقتی پیچه از میدان خارج می‌شود، شار مغناطیسی عبوری از آن صفر می‌شود. پس برای تعیین بزرگی نیروی محرکه الکتریکی متوسط داریم:

$$|\bar{\varepsilon}| = \frac{N \Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{N(\Delta B) A \cos \theta}{\Delta t} \xrightarrow{\cos \theta = 1}$$

$$|\bar{\varepsilon}| = \frac{100(200 \times 10^{-4})(50 \times 10^{-4})}{0.1} \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = 0.1V$$

۲۸۹ گزینه ۲ چون سطح قاب با میدان مغناطیسی زاویه 30° می‌سازد، با نیم خط عمود بر سطح زاویه 60° می‌سازد. با توجه به تغییر میدان مغناطیسی داریم:

$$\Delta B = B_2 - B_1 = 0 - 6000 = -6000G = -0.6T, A = \pi r^2 = 3.14 \times 10^{-2}$$

$$\bar{\varepsilon} = -\frac{N \Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{-NA(\Delta B) \cos \theta}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta B = 0.6T, A = 3.14 \times 10^{-2}, \cos \theta = \cos 60^\circ} \bar{\varepsilon} = \frac{-(1)(3.14 \times 10^{-2})(-0.6)(\cos 60^\circ)}{15.7 \times 10^{-3}} \Rightarrow$$

$$\bar{\varepsilon} = 0.6V$$

۲۹۰ گزینه ۳ با استفاده از قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{N \Delta \phi}{R \Delta t} = \frac{NA \Delta B}{R \Delta t} = \frac{4 \times 10^2 \times 15 \times 10^{-4}}{0.2} = 0.3A \Rightarrow I = 0.3A$$

۲۹۱ گزینه ۴

۲۹۲ گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{-(2\Phi_m)}{t_1} = \frac{2\Phi_m}{t_1} \\ \varepsilon_2 &= 0 \\ \varepsilon_3 &= -\frac{0 - \Phi_m}{3t_1 - 2t_1} = \frac{-\Phi_m}{t_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow |\varepsilon_1| = 2|\varepsilon_3|$$

نکته: بزرگی نیروی محرکه القایی با شیب نمودار $\Phi - t$ متناسب است. بنابراین بزرگی نیروی محرکه در مرحله اول ($0 - t_1$)، دو برابر بزرگی نیروی محرکه در مرحله سوم ($2t_1 - 3t_1$) است.

۲۹۳ گزینه ۱

$$T = \frac{N}{m \cdot A} \xrightarrow{N=kg \cdot \frac{m}{s^2}} T = \frac{kg \cdot m}{m \cdot A \cdot s^2} = \frac{kg}{A \cdot s^2}$$

$$Wb = T \cdot m^2 = \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2}$$

۲۹۴ گزینه ۳

$$|\varepsilon_{av}| = \left| -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right| = NA \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\rightarrow 1,2 = 500 \times A \times 0,6 \rightarrow A = \frac{1}{250} m^2 = 40 cm^2$$

۲۹۵ گزینه ۴ طبق قانون لنز با حرکت میله به سمت راست، جریانی پادساعتگرد در حلقه ایجاد می‌شود که با افزایش شار درون‌سو مخالفت کند؛ بنابراین جریان در میله از C به D است.

$$|\varepsilon| = \left| -N \frac{\Delta A}{\Delta t} \times B \right| = 1 \times 20 \times 10^{-4} \times \frac{1}{2} = 10^{-3} V = 1 mV$$

۲۹۶ گزینه ۳ با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{N}{R} \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

↓
شیب نمودار $\Phi - t$

توجه کنید که چون نمودار $\Phi - t$ به صورت یک خط راست است، جریان برابر یک مقدار ثابت می‌شود و همچنین چون اندازه شیب نمودار در مرحله سوم بیشتر از مرحله اول است، $I_3 > I_1$ است. بنابراین گزینه (۳)، صحیح است.

$$(0 - t_1) : \text{شیب منفی} \rightarrow I_1 > 0$$

$$(t_1 - \frac{3}{2}t_1) : \text{شیب صفر} \rightarrow I_2 = 0$$

$$(\frac{3}{2}t_1 - 2t_1) : \text{شیب منفی} \rightarrow I_3 > 0$$

۲۹۷ گزینه ۴

$$|\varepsilon| = \left| \frac{N \Delta \Phi}{\Delta t} \right| \xrightarrow[\theta=0^\circ]{\Delta \Phi = A \Delta B \cos \theta} |\varepsilon| = \left| \frac{200 \times 50 \times 10^{-4} \times (-400 - 200) \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-3}} \right|$$

$$\rightarrow |\varepsilon| = 15 V$$

۲۹۸ گزینه ۴

$$I_{av} = \frac{-N \Delta \Phi}{R \Delta t} \xrightarrow{\Delta \Phi = A \cos \theta \Delta B} I_{av} = \frac{-1}{0.1} \times \frac{(2 \times 10^{-2})^2 \times \cos 0^\circ \times (0 - 0.16)}{10 - 2} = 8 \times 10^{-5} A$$

$$\times 10^3 \rightarrow I_{av} = 8 \times 10^{-2} mA$$

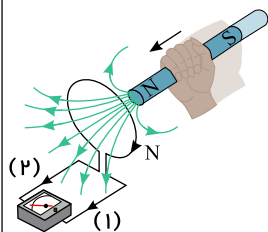
۲۹۹ گزینه ۳

$$I = \frac{-N (\Delta B) A \cos \theta}{R \Delta t} = \frac{-200 \times (-5 \times 10^{-2}) \times 5 \times 10^{-3} \times 1}{20 \times 2 \times 10^{-3}} = \frac{25}{20} = 1.25 A$$

۳۰۰ گزینه ۳

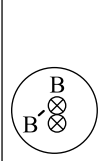
$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{BA \Delta (\cos \theta)}{\Delta t} = -200 \times \frac{0.25 \times 40 \times 10^{-4} (\cos 60^\circ - \cos 90^\circ)}{0.2} = 5 V$$

۳۰۱ گزینه ۲



با توجه به جهت حرکت آهن ربا، با توجه به قانون لنز، در سمت راست حلقه، قطب N آهن ربا القایی ایجاد می شود تا با نزدیک شدن آهن ربا به حلقه و افزایش شار مغناطیسی مخالفت کند، پس جهت جریان القایی در جهت (۱) است و نیروی دافعه خواهیم داشت.

۳۰۲ گزینه ۱ به بررسی یک به یک گزینه ها می پردازیم:



I در حال کاهش

(۱) درست؛ میدان ناشی از سیم راست در مرکز حلقه درون سو است که با کاهش جریان، میدان مغناطیسی و شار گذرنده از حلقه در حال کاهش خواهد بود. پس با توجه به قوانین القای الکترومغناطیسی فاراده و لنز، جریان القایی به گونه ای خواهد بود که با کاهش شار مخالفت کند و میدان مغناطیسی القایی درون سو و در مرکز حلقه ایجاد می کند، بنابراین جریان حلقه ساعتگرد خواهد بود. (B' میدان مغناطیسی ای است که در اثر جریان القایی حلقه، در مرکز حلقه ایجاد می شود).

I در حال افزایش



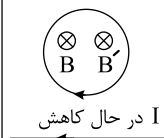
(۲) نادرست؛ جهت درست جریان القایی در حلقه پادساعتگرد است.

I در حال افزایش



(۳) نادرست؛ جهت درست جریان القایی در حلقه پادساعتگرد است.

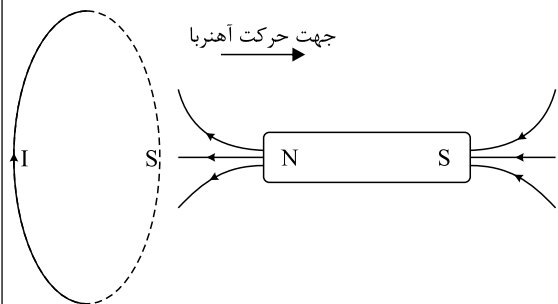
(۴) نادرست؛ جهت درست جریان القایی در حلقه ساعتگرد است.



I در حال کاهش

۳۰۳ گزینه ۲ با توجه به جهت جریان القایی، سمت راست حلقه قطب S القایی به وجود آمده و در این صورت قطب A ، قطب N آهن ربا است (با توجه به خط های

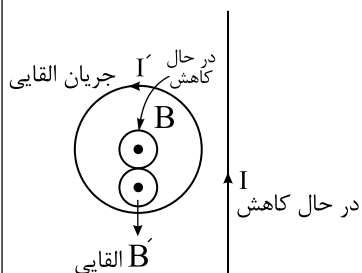
میدان آهنربا) و در حال دور شدن از حلقه است.



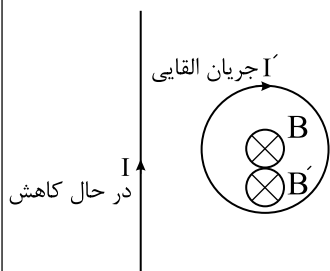
۳۰۴ گزینه ۲

چون جریان عبوری از سیم راست در حال کاهش است، پس با توجه به شکل، شار مغناطیسی عبوری از هر دو حلقه در حال کاهش است.

برای حلقه (۱)، جهت میدان مغناطیسی القایی در جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم است تا با تغییرات آن مخالفت کند.

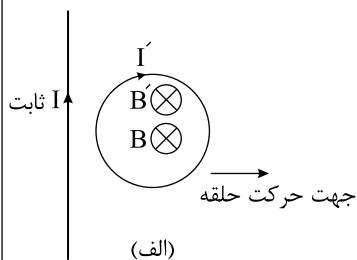


و برای حلقه (۲) نیز جهت میدان مغناطیسی القایی در جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم است تا با تغییرات آن مخالفت کند.



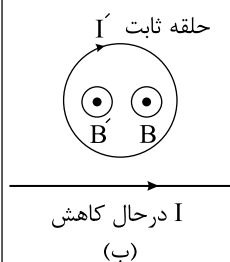
۳۰۵ گزینه ۱

در شکل (الف) با دور کردن حلقه از سیم راست، شار مغناطیسی عبوری از آن کاهش می‌یابد. پس جهت میدان مغناطیسی القایی، هم‌سو با جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست خواهد بود؛ در نتیجه جهت جریان القایی در حلقه ساعتگرد است.



(الف)

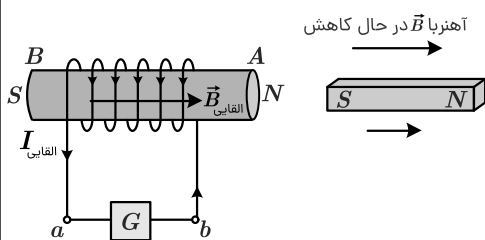
در شکل (ب) نیز شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال کاهش است. پس جهت میدان مغناطیسی القایی، در جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست است؛ از این‌رو جهت جریان القایی در حلقه پادساعتگرد است.



(ب)

۳۰۶ گزینه ۱

طبق قانون لنز، سیملوله می‌خواهد با دور شدن آهنربا مخالفت کند؛ در نتیجه در نقطه A قطب N ایجاد می‌شود که با جذب آهنربا، از دور شدن آن جلوگیری کند. همچنین با توجه به قانون دست راست در سیملوله، جهت جریان القایی از a به b است.



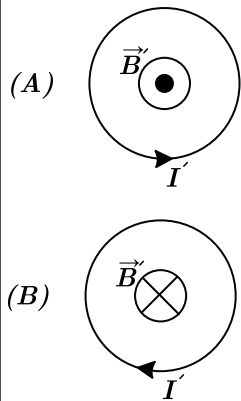
۳۰۷ گزینه ۴

طبق قانون لنز، در حلقه ۱ و ۳، شار مغناطیسی به ترتیب در حال کاهش و افزایش است؛ در نتیجه جهت میدان القایی در این دو حلقه، به ترتیب هم‌جهت و خلاف جهت با میدان اصلی است. پس با توجه به قانون دست راست در حلقه، جریان القایی در حلقه ۱ پادساعتگرد و در حلقه ۳ ساعتگرد است. در حلقه ۲ در لحظه نشان داده شده شار مغناطیسی ثابت است. پس جریان القایی صفر خواهد بود.

۳۰۸ گزینه ۴ طبق رابطه $\varepsilon = Blv$ داریم:

$$L_3 = L_4 > L_2 = l_1 \Rightarrow \varepsilon_3 = \varepsilon_4 > \varepsilon_2 = \varepsilon_1$$

۳۰۹ گزینه ۱ در هر دو حلقه، شار در حال کاهش است و طبق قانون لنز، جریان به گونه‌ای در حلقه‌ها القا می‌شود که با تغییرات شار مخالفت کند. میدان مغناطیسی ناشی از سیم، در حلقه A برون‌سو و در حلقه B درون‌سو است؛ پس میدان القایی نیز در حلقه A برون‌سو و در حلقه B درون‌سو خواهد شد. در نهایت طبق قانون دست راست، جریان القایی در حلقه‌های A و B به ترتیب پادساعتگرد و ساعتگرد خواهد بود.



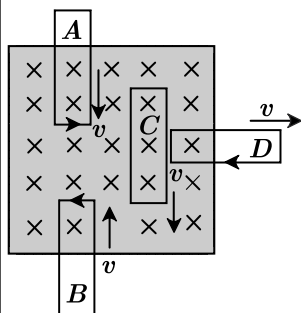
۳۱۰ گزینه ۴ طبق قانون لنز، جریان القایی باید در جهتی باشد که با تغییر شار مخالفت کند و از قانون دست راست داریم:

A : شار در حال افزایش است $\Leftarrow$ جریان القایی پادساعتگرد

B : شار در حال افزایش است $\Leftarrow$ جریان القایی پادساعتگرد

C : تغییرات شار نداریم $\Leftarrow$ جریان القایی وجود ندارد.

D : شار در حال کاهش $\Leftarrow$ جریان القایی ساعتگرد



۳۱۱ گزینه ۱

ابتدا به کمک رابطه انرژی ذخیره شده در القاگر، جریان عبوری از آن را می یابیم و سپس میدان مغناطیسی داخل سیملوله را محاسبه می کنیم:

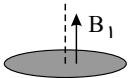
$$\begin{cases} L = 0.05 H \\ U = 0.4 J \end{cases} \rightarrow U = \frac{1}{2} L I^2 \rightarrow 0.4 = \frac{1}{2} \times 0.05 \times I^2 \xrightarrow{\times 2} I^2 = \frac{0.4 \times 2}{0.05} = 16 \Rightarrow I = 4 A$$

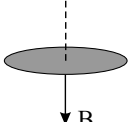
$$\begin{cases} N = 100 \\ L = \mu_0 N^2 \frac{A}{l} = 8 \times 10^{-2} m \Rightarrow B = \frac{\mu_0 N I}{L} = \frac{(12 \times 10^{-6})(100)(4)}{(8 \times 10^{-2})} \Rightarrow B = 6 \times 10^{-3} T = 60 G \\ I = 4 A \end{cases}$$

۳۱۲ گزینه ۴

$$A = 100 cm^2 = 100 \times 10^{-4} m^2 = 10^{-2} m^2 \text{ و } \Delta t = 0.25 s$$

جهت نیم خط عمود بر سطح را روبه بالا در نظر می گیریم. سپس شار مغناطیسی در حالت اول و دوم را به دست می آوریم. داریم:

حالت اول:  $\Rightarrow \theta_1 = 0 \Rightarrow \Phi_1 = A B_1 \cos 0 = A B_1 = 10^{-2} \times 10^{-1} = 10^{-3} Wb$

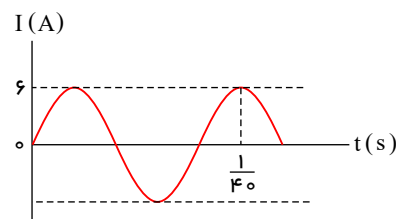
حالت دوم:  $\Rightarrow \theta_2 = 180^\circ \Rightarrow \Phi_2 = A B_2 \cos 180^\circ = -A B_2 = -10^{-2} \times 10^{-1} = -10^{-3} Wb$

$$\Rightarrow \begin{cases} |\bar{\epsilon}| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| -(1) \left(\frac{-10^{-3} - (10^{-3})}{0.25 s} \right) \right| = 4 \times 2 \times 10^{-3} = 0.008 V \Rightarrow |\bar{\epsilon}| = 8 mV \\ \Delta t = 0.25 s = \frac{1}{4} s \end{cases}$$

۳۱۳

گزینه ۱ ابتدا به کمک نمودار داده شده معادله جریان متناوب را به دست می آوریم و سپس با قراردادن $t = \frac{1}{400} s$ جریان در این لحظه را می یابیم:

$$\begin{cases} \frac{1}{40} s = \frac{T}{4} \Rightarrow T = \frac{1}{50} s \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{(1/50)} = 100\pi \frac{rad}{s} \\ I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = 6 \sin(100\pi t) \end{cases}$$



$$t = \frac{1}{400} s \Rightarrow I = 6 \sin\left(100\pi \times \frac{1}{400}\right) = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} A$$

و در نهایت به کمک رابطه انرژی ذخیره شده در القاگر خواهیم داشت:

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow 72 mJ = \frac{1}{2} L \times (3\sqrt{2})^2 = 9L \Rightarrow L = 8 mH$$

۳۱۴ گزینه ۱ تا زمانی که جریان عبوری از القاگر آرمانی ثابت باشد، انرژی الکتریکی در آن تولید یا مصرف نمی شود.

۳۱۵ گزینه ۳ با توجه به نمودار داریم:

$$\frac{1}{320} = \frac{T}{4} \Rightarrow T = \frac{1}{400} s$$

حالا معادله جریان متناوب بر حسب زمان را می نویسیم و با قرار دادن $t = \frac{1}{320} s$ جریان را در این لحظه به دست می آوریم:

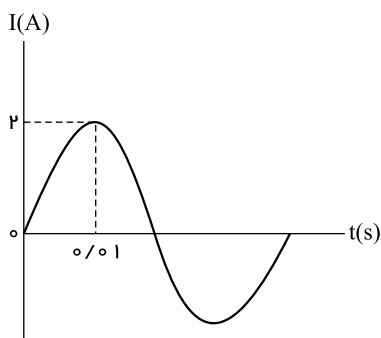
$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}\right) = 5\sqrt{2} \sin(100\pi t)$$

$$t = \frac{1}{3200} s \Rightarrow I = 5\sqrt{2} \sin\left(100\pi \times \underbrace{\frac{1}{3200}}_{\frac{\pi}{4}}\right) = 5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5A \Rightarrow I = 5A$$

۳۱۶ گزینه ۲ می‌دانیم که معادله جریان متناوب در SI به صورت زیر است، بنابراین داریم:

$$I = I_{\max} \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow{T=0.02s, I_{\max}=2A} I = 2 \sin \frac{2\pi}{0.02} t \rightarrow I = 2 \sin 100\pi t$$

۳۱۷ گزینه ۲



برای نوشتن معادله شدت جریان متناوب، باید مقدار $I_{\max}$ (جریان بیشینه) و دوره (T) را بدانیم. بنابراین با توجه به نمودار داده شده داریم:

$$I_{\max} = 2A$$

$$\frac{T}{4} = 0.01 \Rightarrow T = 0.04s$$

$$I = I_{\max} \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow{T=0.04s, I_{\max}=2A} I = 2 \sin \frac{2\pi}{0.04} t \Rightarrow I = 2 \sin 50\pi t$$

۳۱۸ گزینه ۴ در ابتدا معادله جریان متناوب را می‌نویسیم، سپس با قرار دادن مقدار $t = \frac{3}{400} s$ جریان را می‌یابیم.

$$I = I_{\max} \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow I = 5 \sin \frac{2\pi}{\frac{1}{50}} \times \frac{3}{400}$$

$$\Rightarrow I = 5 \sin \frac{3\pi}{4} \Rightarrow I = \frac{5\sqrt{2}}{2} A$$

۳۱۹ گزینه ۳

$$I = 2 \sin 250\pi t \xrightarrow{t=2ms=2 \times 10^{-3}s} I = 2 \sin(250\pi \times \frac{2}{1000}) = 2 \sin \frac{\pi}{2} = 2A$$

۳۲۰ گزینه ۳ با توجه به نمودار، $\frac{3T}{4} = 15ms$ است؛ پس داریم:

$$T = 20ms = 0.02s$$

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow{T=0.02s, I_m=2A} I = 2 \sin \frac{\pi}{0.02} t = 100\pi t$$